

2024年2月6日

令和6年度
北海道大学大学院理学院自然史科学専攻
(地球惑星ダイナミクス講座, 地球惑星システム科学講座,
および 地震学火山学講座)
博士前期(修士)課程入学試験

専門科目試験問題
試験時間 9:00 ~ 12:00

以下の注意事項をよく読むこと。

1. 問題冊子1冊(この冊子), 解答用紙4枚, 草案紙2枚を配布する。
2. 専門科目試験の問題は, I 数学, II 物理学, III 化学, IV 地球科学I (地球史・テクトニクス・堆積学), および V 地球科学II (岩石学・鉱物学・火山学) の5分野から出題される。なお, 今回, II 物理学, およびIII 化学の出題はない。このうち, 出願時に申請した2分野を必ず選択して解答せよ。
3. 各分野の出題は, 例えば II-1, II-2 のように, いくつかの問題からなる。解答の方法については, 各分野の問題に与えられている指示をよく読むこと。
4. 解答は, II-1, II-2 などの問題ごとに別々の解答用紙(1枚)を用い, 指定された欄に, 数学などの科目名, II-1 のように問題番号, そして受験番号を記入すること。氏名は記入しないこと。
5. 解答は解答用紙の裏面に及んでもよい。
6. 解答用紙, 草案紙が足りないときは, 試験監督者に申し出ること。
7. 解答用紙は選択した分野ごとに回収する。回収する解答用紙の枚数は, 分野毎に2枚ずつである。解答の如何に関わらず受験番号を記入し, これらの枚数の解答用紙を必ず提出すること。なお, 3分野以上にわたって提出しないこと。
8. 問題冊子と草案紙は持ち帰ってもよい。
9. 試験時間が終了し, 監督員の指示があるまで退出することはできない。試験時間中, トイレや体調不良がある受験生は挙手の上, 監督員に知らせること。

I 数学

以下の2問（I-1, I-2）すべてに解答せよ。解答にあたっては、結果だけでなく導出過程も記せ。

I-1（必須）

次の行列 \mathbf{A} について以下の問題に解答せよ。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

問題1 行列 \mathbf{A} の固有値を求めよ。

問題2 問題1で求めた固有値に対応する規格化した固有ベクトルをそれぞれ求めよ。

問題3 問題2で求めた固有ベクトルを列ベクトルとして並べた行列 \mathbf{P} について、その転置行列 \mathbf{P}^T との積 $\mathbf{P}^T \mathbf{P}$ が単位行列となることを示せ。

問題4 $\mathbf{P}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{P}$ を求めることで、行列 \mathbf{A} を対角化せよ。

問題5 関数 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ についての次の連立常微分方程式の一般解を求めよ。

$$\frac{df}{dx} = 2f - g + 2h$$

$$\frac{dg}{dx} = -f + 2g + 2h$$

$$\frac{dh}{dx} = 2f + 2g + 3h$$

I - 2 (必須)

以下の問題に解答せよ.

問題 1 次の定積分について, 以下の問いに答えよ. i は虚数単位を表す.

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{3 + \cos\theta}$$

問 1 $z = e^{i\theta}$ と置いて, 定積分 I を z を用いて示せ.

問 2 定積分 I の被積分関数のすべての極を求め, 積分経路とともに複素平面上に図示せよ.

問 3 定積分 I を求めよ.

問題 2 以下の問いに答えよ.

問 1 次の定積分を, x と y を極座標変換して求めよ.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right) dx dy$$

問 2 問 1 の結果から以下を求めよ.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$$

問題 3 次の方程式で表される楕円に内接し, 各辺が座標軸に平行な長方形のうち, 面積が最大となる長方形の第一象限の接点を求めよ.

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$$

IV 地球科学 I

以下の2問 (IV-1, IV-2) すべてに解答せよ.

IV-1 (必須) 以下の問題に解答せよ.

問題1 図1の年表の①～⑬に対応する事柄を, 以下のA～Pより選べ.

- A. 三葉虫の絶滅
- B. 多細胞生物の出現
- C. 光合成生物による海洋と大気酸化
- D. 被子植物の出現
- E. Little Ice Age (LIA)
- F. 直近の地磁気逆転
- G. 中世の温暖期
- H. 南極大陸の孤立化
- I. 維管束植物の出現
- J. 日本海の拡大終了
- K. アンモナイトの絶滅
- L. Last Glacial Maximum (LGM)
- M. 地球上で最古の岩石
- N. 石炭紀末の酸素濃度増加
- O. カンブリア大爆発
- P. ^{14}C 年代測定における Before Present (BP) の基準年

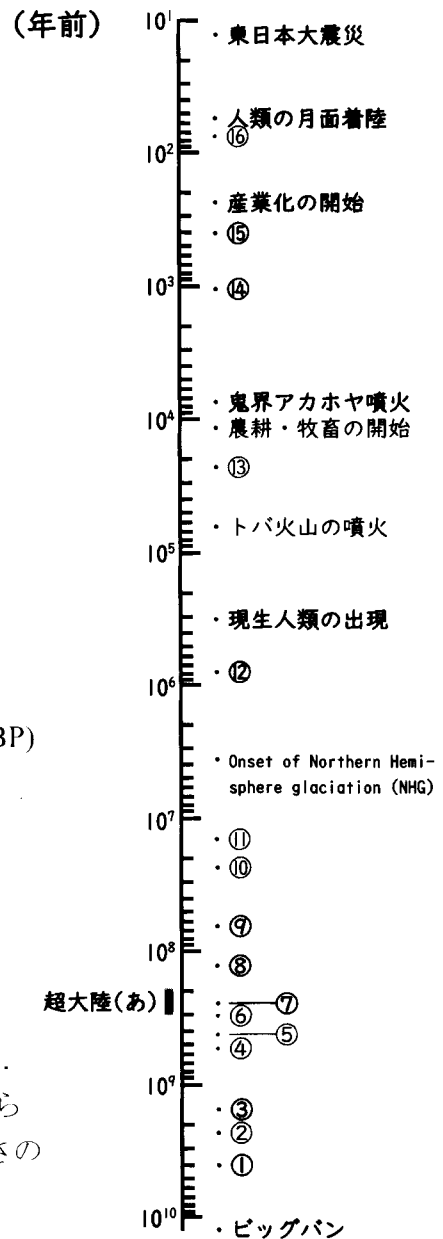


図1 疑似対数軸上に事柄を並べた年表.
10のべき乗が等間隔で表示され, それら
の間のスケールの詰まり具合は見やすさの
ため軽減されている.

問題2 問題1の事柄C, I, L, Mについて, 120字程度で説明せよ. それぞれの地質学的証拠と, 各事柄が地球表層環境にどのような影響を与えたのかについて記述すること.

問題3 図1の「超大陸(あ)」について, (あ)に当てはまる名称を答えよ.

問題4 地球史における超大陸サイクルと, 超大陸(あ)の形成が気候および生物多様性に与えた影響について, 以下の各項目に対して50字以内で説明せよ.

(a) 超大陸サイクルの概念

(b) 超大陸(あ)の形成が気候に及ぼした影響

(c) 超大陸(あ)の形成が生物多様性に及ぼした影響

IV-2 (必須) 以下の問題に解答せよ。

問題 1 以下の文章を読み、問いに答えよ。なお、解答する上で、凝灰岩層の層厚は無視してよい。また、必要に応じて次の値を使用してもよい。 $\sqrt{2} = 1.4$, $\sqrt{3} = 1.7$, $\sqrt{5} = 2.2$

ある地域で凝灰岩層 X を挟む一連の海成堆積物の調査を行った。凝灰岩層 X は地点 B, C, D, E に露出し、地点 D と E とでは南北走向で真東に 60° で傾斜 (NS 60° E) していた。また、地点 B と C とでは走向・傾斜は同じで、走向は南北であった。地点 D と E との間には南北走向の断層 Y があり、断層面は垂直だった。なお、この調査地域においては、(ア) 地層の逆転は認められなかった。図 1 に断層 Y 西側での凝灰岩層 X の分布 (露頭線) と断層 Y および調査地点の位置を示す。

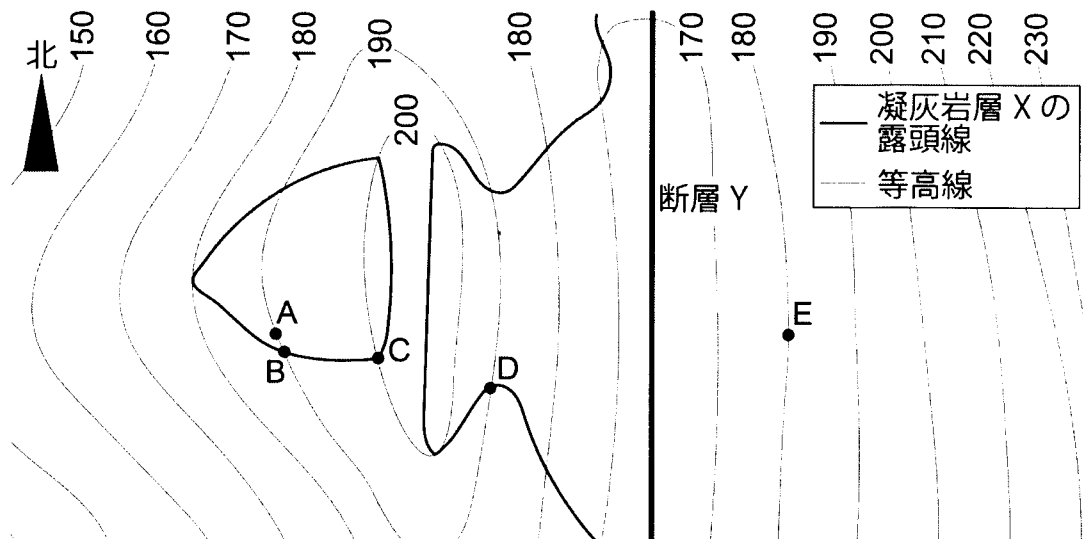


図 1 凝灰岩層 X の分布 (露頭線) と断層 Y および調査地点の位置。等高線上の数字は標高 (m) を表す。

- 問 1 地点 B と C とにおける凝灰岩層 X は、どの方位に何度傾斜しているかを答えよ。なお、地点 B と C とは、東西方向に 10 m 離れている。
- 問 2 地点 A において垂直にボーリング調査を行うと、地表から何メートルの深さで凝灰岩層 X が現れるかを答えよ。なお、地点 A と B とは東西方向に 0.86 m 離れている。また、地点 A 付近の地表および地下における地層の走向と傾斜は、地点 B や C におけるそれらと同じであった。

- 問3 地点 A においてさらに垂直に掘り進んだところ，地表から 10 m の深さで凝灰岩層 Z が現れた．地点 D において垂直にボーリング調査を行うと，何メートルの深さで凝灰岩層 Z が現れるかを答えよ．なお，地点 D の地下においても，地層の走向と傾斜は地表と同じであった．また，凝灰岩層 X と Z との間の層厚は側方に変化しないものとする．
- 問4 断層 Y の東側において，凝灰岩層 X は，断層 Y によって鉛直方向に何メートル変位したかを答えよ．ただし，上方に変位した場合は+，下方に変位した場合は-を，数値に付すこと．なお，地点 D と E とは東西方向に 32 m 離れている．
- 問5 凝灰岩層 X を挟む一連の堆積物について，この調査地域を含む広い範囲で観察したところ，凝灰岩層 X の下位では図 2-(1)の，上位では図 2-(2)の岩相が，それぞれ卓越していた．この結果に基づくと，この一連の堆積物中では，どのような堆積環境の変化が推定されるか．50 字程度で述べよ．

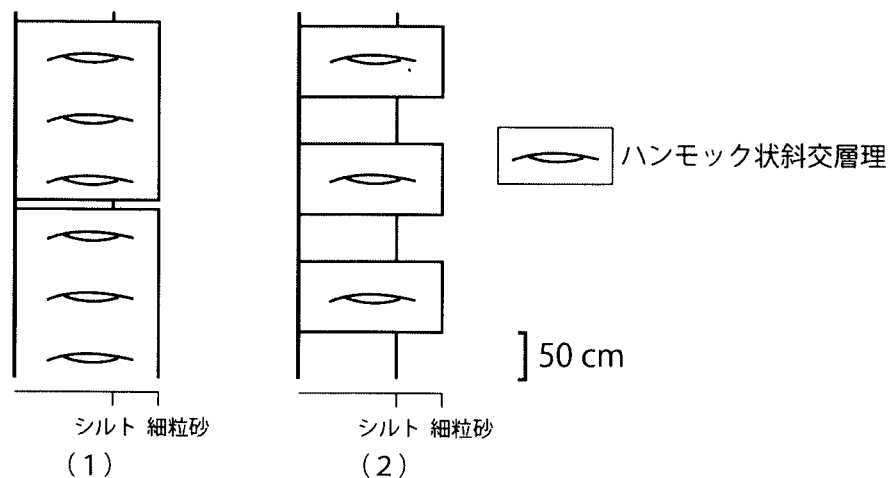


図2 凝灰岩層 X の上下の層位における岩相

- 問6 下線部 (ア) に関して，地層の上下を堆積構造から判定する方法は複数ある．そのうち2つについて，それぞれ 50 字以内で述べよ．

問題 2 以下の文章を読み、問いに答えよ。

地層中の (イ) 花粉化石 を分析すると、堆積場の周囲の植生や環境などを推定できる。図 3 は、日本のある湿地において約 800 年前から現在までの堆積物について、(ウ) アカマツ、草本性被子植物、微粒炭の含有量を調べた結果である。この結果は、この湿地周辺における人間活動と密接に関連する。例えば、微粒炭はナラやカシの炭焼きに由来し、その減少は湿地周辺で炭焼きが行われなくなった結果と解釈できる。また、炭焼きが行われなくなるにつれ、草地が湿地周辺に広がるようになった。

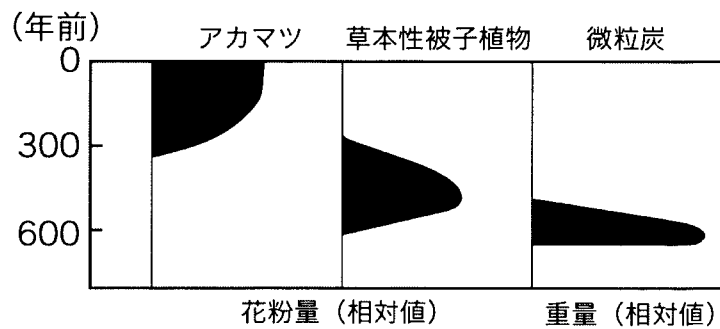


図 3 花粉・微粒炭含有量の変化

問 1 下線部 (イ) について、基部被子植物と真正双子葉類の花粉の違いを説明した以下の文章中の (a) ~ (c) に当てはまる数値を答えよ。

基部被子植物の花粉は発芽孔や発芽溝の数が (a) または (b) であるのに対し、真正双子葉類の花粉は発芽孔や発芽溝の数が (c) である。

問 2 下線部 (ウ) について、次の植物のうち、アカマツに最も近縁なものを 1 つ選べ。

グネツム、ワラビ、ソテツ、ゼニゴケ、イチョウ、スイレン

問 3 この湿地におけるアカマツの継続的な産出はどのように解釈できるか。植生遷移の観点から、以下の用語を必ず用いて、100 字程度で説明せよ。なお、300 年前から現在まで、この地域ではアカマツが主要な薪材であったことがわかっている。

<用語> 陰樹、陽樹、極相林

V 地球科学 II

以下の2問（V-1，V-2）すべてに解答せよ。

V-1（必須）以下の問題に解答せよ。

問題1 以下の表は、火成岩の分類および構成鉱物量比を示したものである。
この表について、問いに答えよ。

| | 超苦鉄質岩 | 苦鉄質岩 | 中性岩 | 珪長質岩 |
|---------------------------|-------|--------------|------------|----------------------------|
| 火山岩 | (ア) | 玄武岩 | (イ) | デイサイト・(ウ) |
| 深成岩 | (エ) | (オ) | 閃緑岩 | (カ)・花こう岩 |
| SiO ₂ 含有量(重量%) | 45 | 52 | 63 | |
| 造岩鉱物量比 | (A) | (a)に富む 輝石 | 斜長石 (B) | 石英 (D) (b)に富む (C) |

注：造岩鉱物量比は周藤・小山内（2002）「記載岩石学」（共立出版）より引用

問1 空欄（ア）～（カ）に入る適切な岩石名を答えよ。

問2 空欄（A）～（D）に入る適切な鉱物名を答えよ。

問3 空欄（a）・（b）に入る、斜長石に含まれる適切な元素を、それぞれ元素記号で答えよ。

問4 造岩鉱物量比の表をもとに、閃緑岩の色指数（%）の、おおよその上限値を答えよ。

問5 ある花こう岩の薄片を偏光顕微鏡の直交ニコルで観察したところ、斜長石には明瞭な組成累帯構造が観察されたが、石英では観察されなかった。石英で組成累帯構造が観察されない理由を答えよ。

問題2 以下の文章を読み、問いに答えよ。

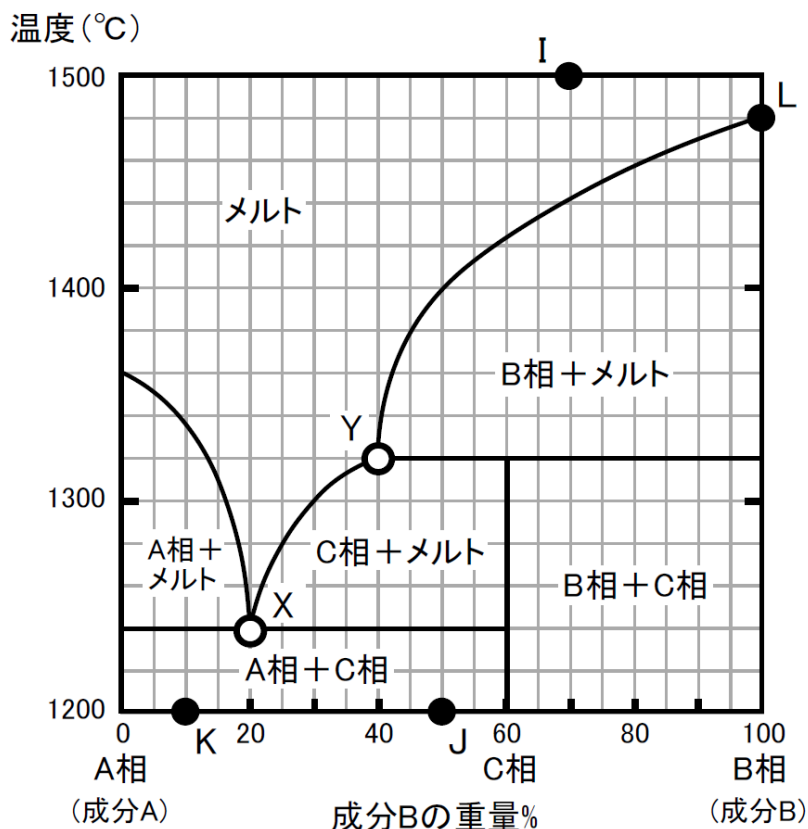
下の図は、成分AとBの2成分系における1気圧での状態を示した相図である。成分AとBのSiO₂含有量は、それぞれ50重量%と60重量%である。X点は（ア）点、Y点は（イ）点とよばれる。

I点のメルトが1500°Cから平衡結晶作用を経ながら冷却する際、1400°Cでは（ウ）相のみが（エ）重量%結晶化しており、メルトのSiO₂量は（オ）重量%である。

J点の岩石は、A相と（カ）相が1：（キ）の割合で構成されるが、この岩石が1200°Cから平衡融解作用を経ながら加熱される際、1300°Cでは（ク）相のみが（ケ）重量%結晶化しており、メルトのSiO₂量は（コ）重量%である。

K点の岩石が1200°Cから完全な分別融解作用を経ながら加熱されると、（サ）°Cで融解が終了して系が消滅する。

C相は、温度の上昇とともに（シ）°Cで溶融を開始して、SiO₂量が（ス）重量%のメルトと（セ）相が生成される。このような、元の固相とは異なった組成のメルトが生じるような溶融の仕方は（ソ）溶融とよばれる。



問 1 本文中の空欄 (ア) ~ (ソ) に入る適切な語句, または数字を答えよ.

問 2 以下の文章の空欄 (あ) ~ (お) に入る適切な数式を答えよ.

c 個の独立な成分から構成される系 (c 成分系) において, 均一な温度 T および圧力 P のもと, p 個の相が平衡に共存する際の示強変数の自由度 F について考える. それぞれの相の成分には (あ) 個の自由度があり, これに T と P を考慮すると, 各相の自由度は (あ) + 2 個となる. このため, p 個の相から構成される系全体としては (い) 個の自由度があることになる. ただし T と P はそれぞれ各相で全て等しいため, (い) から T について (う) 個, P について (え) 個の自由度を減ずる必要がある. また c 個の各成分について, 平衡状態にあるため各相間の物質移動がないことから, さらに (お) 個の自由度が差し引かれる. その結果, 系の自由度は $F = c + 2 - p$ となる.

問 3 図中の L 点において, B 相とメルトが平衡共存する状態での自由度について, 相律の観点から説明せよ.

問題 3 以下の問いに答えよ.

問 1 岩床 (シル) と岩脈 (ダイク) の違いを説明せよ.

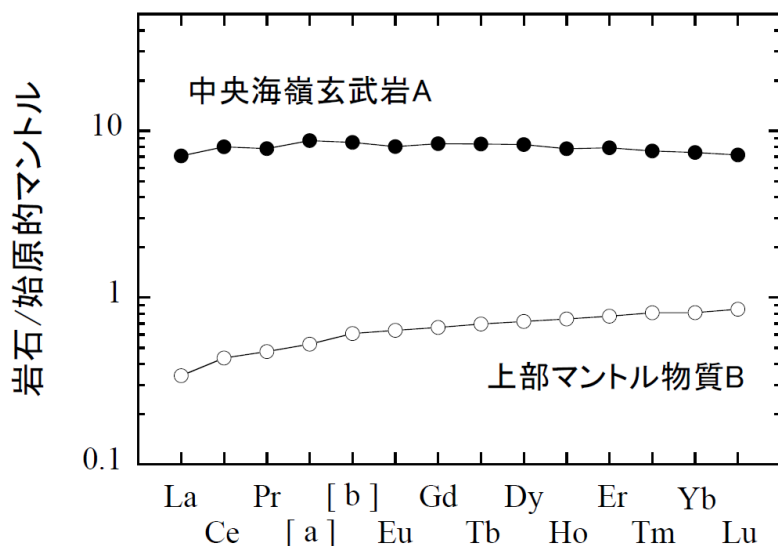
問 2 水蒸気爆発とマグマ水蒸気爆発が引き起こされる仕組みの違いを説明せよ.

問 3 カルクアルカリ系列とソレアイト系列について, マグマ分化の特徴の違いを説明せよ.

問 4 火山噴出物のうち, 本質岩片, 類質岩片, 異質岩片の違いを説明せよ.

問 5 溶岩台地と溶岩ドームについて, それぞれを形成するマグマの物性の違いを説明せよ.

問題 4 以下の図は、ある中央海嶺玄武岩および上部マントル物質の希土類元素濃度を、始原的マントルの濃度で規格化して示したものである。この図について、問いに答えよ。



問 1 横軸の [a] と [b] には, Nd と Sm の, いずれかの希土類元素が入る。[a] に入る元素記号を答えよ。

問 2 元素濃度の規格化に用いた「始原的マントル」とはどのようなものか, 30 字程度で説明せよ。

問 3 マントル物質が平衡融解作用によって部分融解した際, メルトの微量元素 i の濃度 (C_i^L) は,

$$C_i^L = \frac{C_i^{S0}}{F(1 - D_i) + D_i}$$

と表現できる。ここで, F は部分融解度, C_i^{S0} は融解前のマントル物質の元素 i の濃度である。 D_i は元素 i についてのマントル-メルト間の全岩分配係数 (=岩石/メルト) であり, 一定とみなせるものとする。上部マントル物質 B の融解によって中央海嶺玄武岩 A の組成をもつメルトが生成したとすると, その際のマントル物質 B のおおよその部分融解度を, 両者の Lu の元素濃度を用いて計算せよ。ただし D_{Lu} は 0.01 であるとする。

V-2 (必須) 以下の文章を読み、問題に解答せよ。ただし、必要に応じて次の値を使用してもよい。

$$\sqrt{2} = 1.41, \quad \sqrt{3} = 1.73, \quad \sqrt{5} = 2.24, \quad \text{円周率 } \pi = 3.14$$

$$\text{MgO の分子量 : 40, FeO の分子量 : 72, SiO}_2 \text{ の分子量 : 60}$$

鉱物は、その化学組成により、(a)元素鉱物、(b)酸化鉱物、(c)硫化鉱物、(d)硫酸塩鉱物、リン酸塩鉱物、炭酸塩鉱物、ケイ酸塩鉱物などに分類される。主要な造岩鉱物である(c)ケイ酸塩鉱物は、結晶構造中に含まれる SiO_4 四面体の結合様式により、さらに詳細に分類されている。これらの鉱物の結晶構造や化学組成などを解析するためには、(f)偏光顕微鏡観察やX線回折実験、電子プローブマイクロアナライザー(EPMA)分析、赤外分光分析、熱重量分析などが用いられる。

鉱物群 A :

| | | | |
|-------|------|----|--------|
| アパタイト | トパーズ | 石膏 | ダイヤモンド |
| カルサイト | 石英 | | |

問題 1 下線部(a)の元素鉱物の代表的な例であるダイヤモンドは、炭素 C からなる鉱物である。その単位格子中の炭素原子は、面心立方格子の位置に加えて、単位格子を 8 分割した立方体のうち 4 つの中心に存在する (下図)。以下の問いに答えよ。

問 1 図の単位格子中に含まれる炭素原子の数を答えよ。

問 2 この構造中における炭素-炭素の距離のうち最も短いものの長さ r を、格子定数 a を用いて表せ。

問 3 この結晶構造において、炭素原子の体積が単位格子の体積に占める割合(充填率)は何%か、整数値で答えよ。ただし、炭素原子は剛体球であり、問 2 の距離 r にある炭素原子同士は互いに接しているとする。導出過程も示すこと。

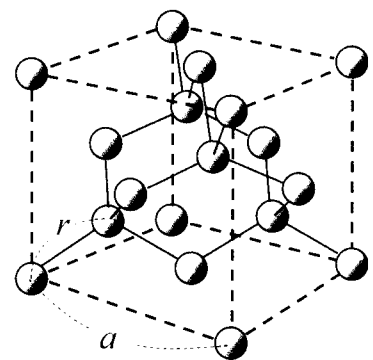


図 ダイヤモンドの構造

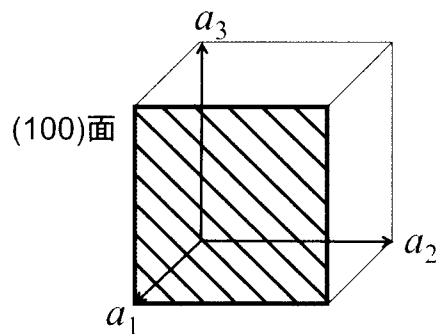
問題 2 下線部(b)の酸化鉱物の例としてコランダムがある。以下の問いに答えよ。

問 1 コランダムの化学組成を答えよ。

問 2 コランダムよりモース硬度の高い鉱物を、前ページの鉱物群 A から全て選べ。

問題 3 下線部(c)の硫化鉱物の代表例として、黄鉄鉱 FeS_2 や閃亜鉛鉱 ZnS が挙げられる。以下の問いに答えよ。

問 1 黄鉄鉱は立方晶系であり、天然に産出する外形には、 $\{100\}$ 面と $\{210\}$ 面が発達している。等価な $\{210\}$ 面のうちの1つである(210)面を、下の(100)面の例にならって図示せよ。



問 2 閃亜鉛鉱は、問題 1 のダイヤモンド構造の半分を Zn, もう半分を S で置き換えた結晶構造をもつが、化学組成が同じ ZnS である鉱物として、それとは異なる結晶構造をもつウルツ鉱も存在する。この閃亜鉛鉱とウルツ鉱のような関係のことを何というか、答えよ。

問題 4 下線部(d)に関して、前ページの鉱物群 A から、硫酸塩鉱物とリン酸塩鉱物を一つずつ選べ。

問題 5 下線部(e)に関して、次の鉱物群 B に属するケイ酸塩鉱物について、以下の問いに答えよ。

鉱物群 B :

白雲母 単斜輝石 斜長石 普通角閃石 ガーネット

問 1 鉱物群 B の中から、テクトケイ酸塩鉱物に属するものを選び。また、このグループに属する鉱物の、 SiO_4 四面体の結合様式の特徴を、50 字程度で説明せよ。

問 2 鉱物群 B の鉱物を、非架橋酸素に対する架橋酸素の数が多いものから順に並べよ。

問題 6 問題 5 で記載された以外にも、代表的なケイ酸塩鉱物としてかんらん石があり、フォルステライトとファヤライトを端成分とする固溶体を形成する。これについて、以下の問いに答えよ。

問 1 固溶体とは何か、60 字程度で説明せよ。

問 2 薄片中に観察されたかんらん石固溶体の組成を調べるために、EPMA を用いて分析を行ったところ、以下のようなになった。この固溶体のフォルステライト%を整数値で求めよ。ただし、Fe は全て 2 価として存在するとする。

| | 重量% |
|------------------|-------|
| MgO | 41.5 |
| FeO | 18.7 |
| SiO ₂ | 39.8 |
| total | 100.0 |

問 3 EPMA 以外にも、粉末試料の X 線回折実験を行うことによって、この固溶体の成分が推定できる場合がある。その原理を、100 字程度で説明せよ。

問題 7 もう一つの代表的なケイ酸塩鉱物である石英について、下線部(f)に記載されたような方法で分析を行った。以下の問いに答えよ。

問 1 偏光顕微鏡観察を行うと、結晶方位に関する情報も得ることができる場合がある。薄片中に、c軸に垂直な面で切られた石英が存在した場合、直交ニコル下ではどのように観察されるか、以下のうちから記号で選んで答えよ。

- (あ) ステージを 360° 回転する間に 2 回消光する。
- (い) ステージを 360° 回転する間に 4 回消光する。
- (う) 常に明るく見える。
- (え) 常に暗く見える。

問 2 石英と同様に SiO_2 を主成分とする物質に、オパールがある。以下のような分析結果になるのは、石英かオパールのどちらか。(i)~(iii)それぞれについて、答えよ。

- (i) X 線回折実験を行ったところ、シャープな回折ピークが何本も出現した。
- (ii) 赤外分光分析を行ったところ、OH 基の振動を示す波数位置に、吸収ピークが認められた。
- (iii) 熱重量分析を行ったところ、温度を上げていくと顕著な重量減少が認められた。