

2022年2月9日

令和4年度
北海道大学大学院理学院自然史科学専攻
(地球惑星ダイナミクス講座, 地球惑星システム科学講座,
および 地震学火山学講座)
博士前期(修士)課程入学試験

専門科目試験問題
試験時間 14:30 ~ 17:30

以下の注意事項をよく読むこと。

1. 問題冊子1冊(この冊子), 解答用紙6枚, 草案紙2枚を配布する。
2. 専門科目試験の問題は, I 数学, II 物理学, III 化学, IV 地球科学I (地球史・テクトニクス・堆積学), および V 地球科学II (岩石学・鉱物学・火山学) の5分野から出題される。なお, 今回, III 化学の出題はない。このうち, 出願時に申請した2分野を必ず選択して解答せよ。
3. 各分野の出題は, 例えば II-1, II-2 のように, いくつかの問題からなる。解答の方法については, 各分野の問題に与えられている指示をよく読むこと。
4. 解答は, II-1, II-2 などの問題ごとに別々の解答用紙(1枚)を用い, 指定された欄に, 数学などの科目名, II-1 のように問題番号, そして受験番号を記入すること。氏名は記入しないこと。
5. 解答は解答用紙の裏面に及んでもよい。
6. 解答用紙, 草案紙が足りないときは, 試験監督者に申し出ること。
7. 解答用紙は選択した分野ごとに回収する。回収する解答用紙の枚数は, 分野毎に3枚ずつである。解答の如何に関わらず受験番号を記入し, これらの枚数の解答用紙を必ず提出すること。なお, 3分野以上にわたって提出しないこと。
8. 問題冊子と草案紙は持ち帰ってもよい。
9. 試験時間が終了し, 監督員の指示があるまで退出することはできない。試験時間中, トイレや体調不良がある受験生は挙手の上, 監督員に知らせること。

I 数学

以下の3問 (I-1, I-2, I-3) にすべて解答せよ. 解答にあたっては, 結果だけでなく導出過程も記せ.

I-1 (必須)

行列 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ およびベクトル $\mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする. 以下の問題に解答せよ. ただ

し, ${}^t\mathbf{A}$ は \mathbf{A} の転置行列とする.

問題1 行列 $\mathbf{B} = {}^t\mathbf{A}\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ について, 以下の問いに答えよ.

問1 \mathbf{B} の固有値 λ_1 と λ_2 を求めよ.

問2 \mathbf{B} の固有値 λ_1 と λ_2 のそれぞれに対応する正規化された固有ベクトル \mathbf{v}_1 と \mathbf{v}_2 を求めよ.

問題2 行列 $\mathbf{C} = \mathbf{A} {}^t\mathbf{A}$ について, 以下の問いに答えよ. ただし, λ_1, λ_2 は問題1で求めたものとする.

問1 \mathbf{C} の固有値が λ_1, λ_2 , および0であることを示せ.

問2 \mathbf{C} の固有値 λ_1, λ_2 , および0のそれぞれに対応する正規化された固有ベクトル $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$, および \mathbf{u}_3 を求めよ.

問題3 問題1 および問題2の結果を用いて, 行列 $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \mathbf{u}_3)$ および行列 $\mathbf{V} = (\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2)$ に対し,

$$\mathbf{A}^\dagger = \mathbf{V} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}} & 0 \end{pmatrix} {}^t\mathbf{U}$$

と定義する. このとき, $\mathbf{A}^\dagger \mathbf{x}_0$ を求めよ.

問題4 $\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{x}_0$ の大きさが最小となるような \mathbf{x} を求めよ.

I - 2 (必須)

実数 t で定義された関数 $x(t)$ に関する常微分方程式の初期値問題

$$\frac{dx}{dt} + 2x = f(t) \quad (1)$$

$$x(0) = 1 \quad (2)$$

について、以下の問題に解答せよ。

問題 1 $f(t)$ が下記の (ア) ~ (エ) で与えられるとき、常微分方程式の初期値問題をそれぞれ解け。

(ア) $f(t) = 0$

(イ) $f(t) = 1$

(ウ) $f(t) = e^{-t}$

(エ) $f(t) = e^{-2t}$

問題 2 常微分方程式の初期値問題(1)-(2)の解を、関数 f を含む積分を用いて表せ。

I - 3 (必須)

関数 $f(x)$ が $x = 0$ を含む区間で n 回連続微分可能とする. この区間内の点 x に対して, ある $\theta(0 < \theta < 1)$ が存在して,

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k + R_n(x) \quad (1)$$

$$R_n(x) = \frac{f^{(n)}(\theta x)}{n!} x^n, \quad 0 < \theta < 1 \quad (2)$$

が成り立つ. ここで, $(n-1)$ 次までの展開とは, 式(1)において $R_n(x) = 0$ としたものを指す. 以下の問題に解答せよ.

問題 1 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$ の 3 次までの展開を求めよ.

問題 2 $f(x) = \sin x^2$ の 4 次までの展開を求めよ.

問題 3 $f(x) = \log(1-x)$ の 7 次までの展開を求めよ.

問題 4 k を自然数とするとき, $0 < x \leq 1$ において,

$$\begin{aligned} x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots + \frac{(-1)^{2k+1}}{2k} x^{2k} &< \log(1+x) \\ &< x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots + \frac{(-1)^{2k}}{2k-1} x^{2k-1} \end{aligned}$$

が成り立つことを示せ.

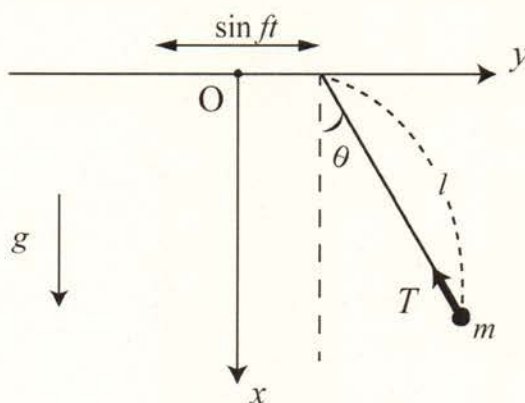
問題 5 $f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}$ の展開を用いて, $\log 3$ の近似値を小数点以下 3 桁まで求めよ.

II 物理

以下の3問 (II-1, II-2, II-3) すべてに解答せよ. 解答にあたっては, 結果だけでなく導出過程も記せ.

II-1 (必須)

図の座標系で支点が動く棒と質点からなる単振り子を考える. 棒の支点は時間 t で原点 O から y 軸上を $y = \sin ft$ で動く. 棒は剛体で長さは l , 重さは無視でき, 摩擦や空気抵抗はないとする. 質点の質量は m , 棒から質点を受ける張力を T , 重力加速度を g , x 軸と棒のなす角度を θ とする. 以下の問題に解答せよ.



問題1 $f=0$ のとき, 以下の問いに答えよ.

問1 質点の x 座標と y 座標をそれぞれ示せ.

問2 質点の運動方程式を x 方向と y 方向についてそれぞれ示せ.

問3 問2の運動方程式から T を消去し, θ についての微分方程式を導け.

問4 角度 θ が十分小さいとき ($|\theta| \ll 1$) は, $\sin\theta \approx \theta$ と近似できる. このとき θ についての解を求めよ.

問題2 $f \neq 0$ のとき, 以下の問いに答えよ.

問1 質点の x 座標と y 座標をそれぞれ示せ.

問2 質点の運動方程式から, θ についての微分方程式を導け.

II-2 (必須) 以下の問題に解答せよ。

問題1 1モルの理想気体を考え、圧力を p 、体積を V 、絶対温度を T 、気体定数を R とする。以下の問いに答えよ。

問1 気体の熱膨張係数 β は

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

で定義される。理想気体の β を T のみの関数として表せ。

問2 理想気体の1モルあたりの定圧比熱 C_p と定積比熱 C_V には、 $C_p - C_V = R$ の関係式が成り立つ。また内部エネルギーの変化は $dU = C_V dT$ である。このとき断熱変化では pV^γ が一定となることを示せ。ただし $\gamma = C_p / C_V$ とする。

問3 断熱変化で気体の圧力が p_A から p_B 、体積が V_A から V_B になったとき、問2で求めた式を用いて気体が外部にした仕事を求めよ。

問題2 以下の文章の空欄 (ア) から (キ) にあてはまる適切な語句や式を答えよ。

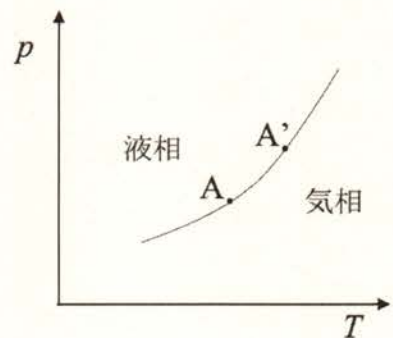
一定量の純粋な物質の液相と気相が平衡であるための条件は、液相と気相それぞれの相における (ア) エネルギー G^{liq} と G^{gas} が等しいこと

$$G^{\text{liq}}(T, p) = G^{\text{gas}}(T, p) \quad (1)$$

である。ここで (ア) エネルギーは温度 T と圧力 p の関数である。式(1)を満たす T と p の関係は図に示す曲線である。液相と気相の平衡の場合、この曲線上で温度 T を与えた時に決まる圧力 p を (イ) 蒸気圧、圧力 p を与えた時に決まる温度 T を (ウ) という。この曲線上で点 A からわずかに離れた点 A' での温度、圧力を $T+dT$ 、 $p+dp$ とするとき、これらも式(1)を満たすので

$$G^{\text{liq}}(T + dT, p + dp) = G^{\text{gas}}(T + dT, p + dp) \quad (2)$$

である。式(2)から式(1)を引いて、二次以上の微小量を見捨てる



$$\left(\frac{\partial G^{\text{liq}}}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial G^{\text{liq}}}{\partial P}\right)_T dp = \left(\frac{\partial G^{\text{gas}}}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial G^{\text{gas}}}{\partial P}\right)_T dp \quad (3)$$

を得る。一方、(ア) エネルギー G の変化量 dG は、体積を V 、エントロピーを S として $dG=Vdp-SdT$ であることから、式(3)は V^{liq} 、 V^{gas} 、 S^{liq} 、 S^{gas} を用いて

$$\frac{dp}{dT} = \text{(エ)} \quad (4)$$

と表せる。一方、液相から気相への相転移ではエントロピーの不連続による蒸発熱と体積変化(密度変化)もある。1モルあたりの蒸発熱を L とすると

$$S^{\text{liq}} - S^{\text{gas}} = \text{(オ)} \quad (5)$$

である。式(4)と式(5)から得られる関係を(カ)の式という。(カ)の式は固相と液相の平衡にも成り立つ。通常は液相の体積(密度)の方が固相の体積(密度)より大きい、水では逆である。そのため、水は圧力を高くすると融点が(キ)くなる。

II-3 (必須) 以下の問題に解答せよ.

問題 1 図1のように, 半径 a の球内に単位体積あたり ρ の電荷が一様に分布しているとする. 球の中心からの距離を r とするとき, 球の外部の電場 E_{out} と内部の電場 E_{in} が, それぞれ

$$E_{out} = \frac{\rho a^3}{3\epsilon_0 r^2}, \quad E_{in} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$$

となることを電場ベクトル \mathbf{E} と電荷密度 ρ (および真空の誘電率 ϵ_0) に関するマクスウェル方程式

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1)$$

とガウスの発散定理

$$\iiint_V \nabla \cdot \mathbf{E} dV = \iint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dS$$

を用いて示せ. ただし, \mathbf{n} は体積 V の領域を囲む閉曲面 S における外向き法線ベクトルである.

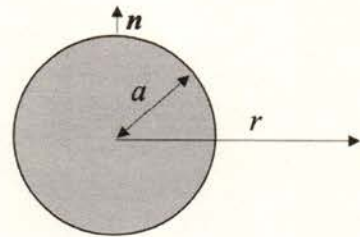


図 1

問題 2 図2のように紙面に垂直で上向きの一様な磁束密度 \mathbf{B} の磁場があるとする. ここに間隔 w の U 字型の導線と直線状の導線を置く. 直線状の導線を一定の速度 v で右側に移動させていく. 以下の問いに答えよ.

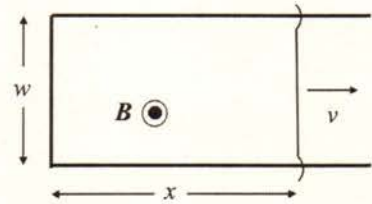


図 2

問 1 図2の長方形の面 (一方の辺の長さを x とする) を通過する磁束 Φ を求めよ.

問 2 電場ベクトル \mathbf{E} と磁束密度 (磁場) ベクトル \mathbf{B} に関するマクスウェル方程式

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2)$$

と以下のストークスの定理 (閉曲面 S におけるベクトル $\nabla \times \mathbf{E}$ の面 S に垂直な成分の積分が, S の縁となる線素ベクトル $d\mathbf{l}$ の閉曲線 C に沿ったベクトル場 \mathbf{E} の線積分に等しいこと)

$$\iint_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{n} dS = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

を問1の長方形の回路に適用して, この回路に発生する起電力 e_i の大きさを求めよ.

問題3 マクスウェル方程式は式(1)と式(2)のほかに、以下の二式からなる。

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3), \quad c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\epsilon_0} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (4)$$

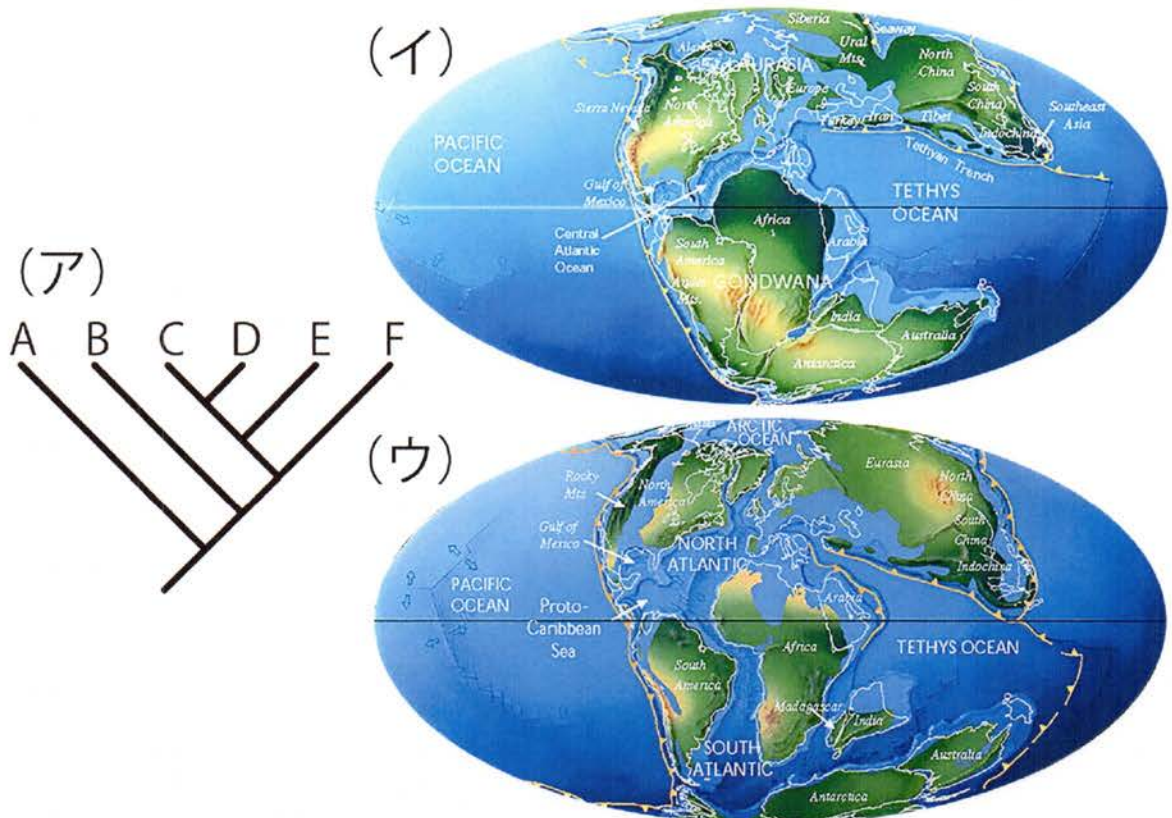
ここで c は真空中の光速度、 \mathbf{j} は電流密度である。恒等式 $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B}$ を用いて、電流が流れていない真空中の磁束密度 \mathbf{B} の波動方程式を導け。

IV 地球科学 I

以下の3問 (IV-1, IV-2, IV-3) すべてに解答せよ。

IV-1 (必須) 以下の文章を読み、問題に解答せよ。

陸上脊椎動物は、大陸の位置関係によって分布を広げ進化を遂げてきた。図 (ア) は6種 (A, B, C, D, E, F) から構成される、ある脊椎動物の系統樹を示している。古地理図 (イ) と (ウ) は、それぞれ約1億5,200万年前と約9,400万年前のものである。(イ)の時代の海には、魚竜や首長竜といった大型海棲爬虫類や(a)アンモナイトといった生物が棲んでいた。この時代の魚竜の体は流線型のフォルムをし、イルカやマグロとの(b)収斂進化の例として知られている。(ウ)の時代になると大陸は移動を続け、また北米大陸は西部内陸海路によって東のアパラチア大陸と西のララミディア大陸に分断された。このような大陸の位置関係の変化に合わせ、恐竜は進化を遂げた。

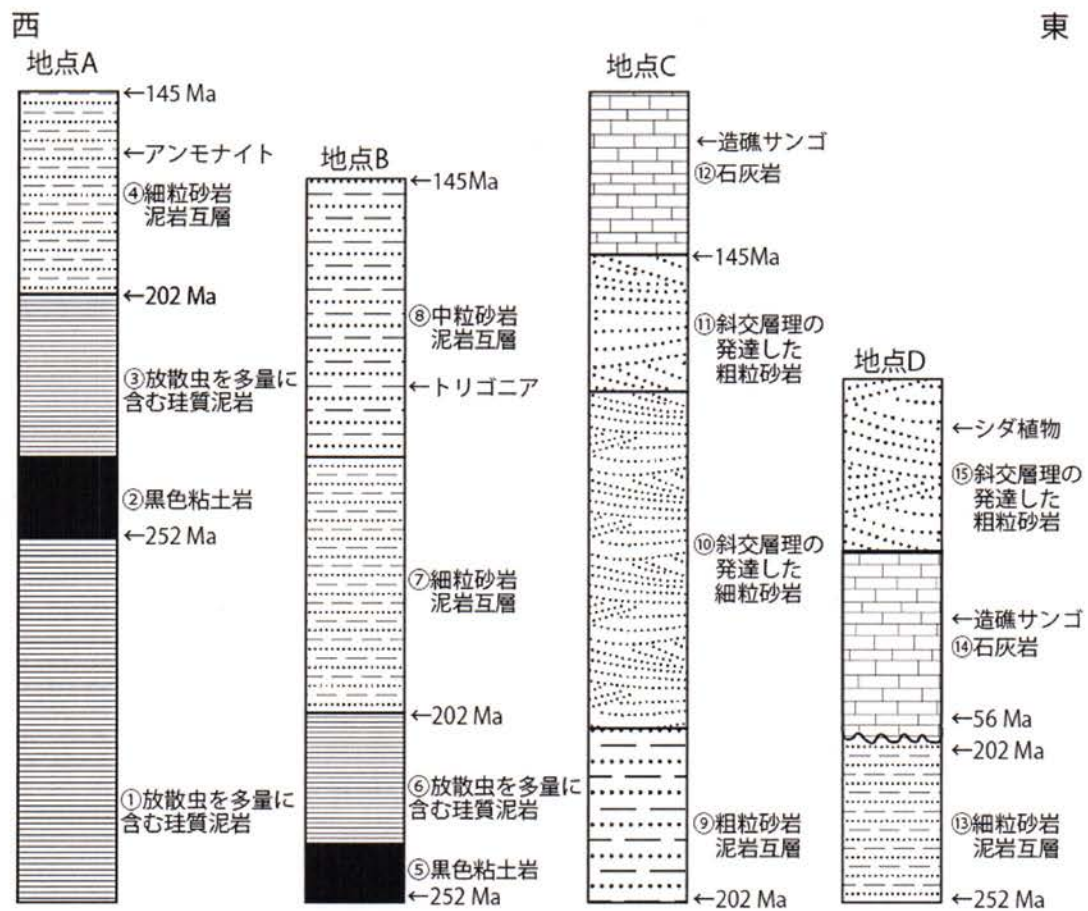


PALEOMAP Project: www.scotese.com の古地理図を改変

- 問題 1 (ア) の系統樹の中に、いくつの単系統群が形成されているか答えよ。
- 問題 2 (イ) と (ウ) の地質時代を「紀」でそれぞれ答えよ。
- 問題 3 下線部 (a) は、示準化石として知られているが、理想的な示準化石の条件を 3 つ挙げよ。
- 問題 4 下線部 (b) はどのような現象か 30 字程度で述べよ。また、収斂進化の他の例をもう一つ挙げよ。
- 問題 5 (ア) の系統樹は、魚竜、ニッポノサウルス、デスモスチルス、カエル、スズメ、シーラカンスの系統関係を示しているとする。C がスズメの場合、デスモスチルスと魚竜は、A, B, D, E, F のうち、それぞれどれに当たるか答えよ。
- 問題 6 (ア) の系統樹は、恐竜類 6 種の系統関係を示しているとする。A, B, F の化石が (イ) の時代のアジア大陸から発見されている。C, D, E の化石が (ウ) の時代から発見され、C と D はアパラチア大陸から、E はアジア大陸から発見されている。ララミディア大陸の (イ) と (ウ) の時代の地層からは、この恐竜の化石が発見されていない。このような状況の場合、この恐竜の起源はいつどこで発生し、その後どのようにして分散や絶滅していったのかを西部内陸海路の形成も含めて 100 字程度で説明せよ。

IV-2 (必須) 以下の文章を読み、問題に解答せよ。

下の図は、ある地域の A~D の 4 つの地点における露頭を基に作成された柱状図である。地点 A が最も西に、地点 D が最も東に位置する。柱状図における各地層には①~⑮の番号がつけられ、岩相や産出化石、地質年代が記載されている。



問題 1 地層④に層序対比できる地層を全て番号で答えよ。

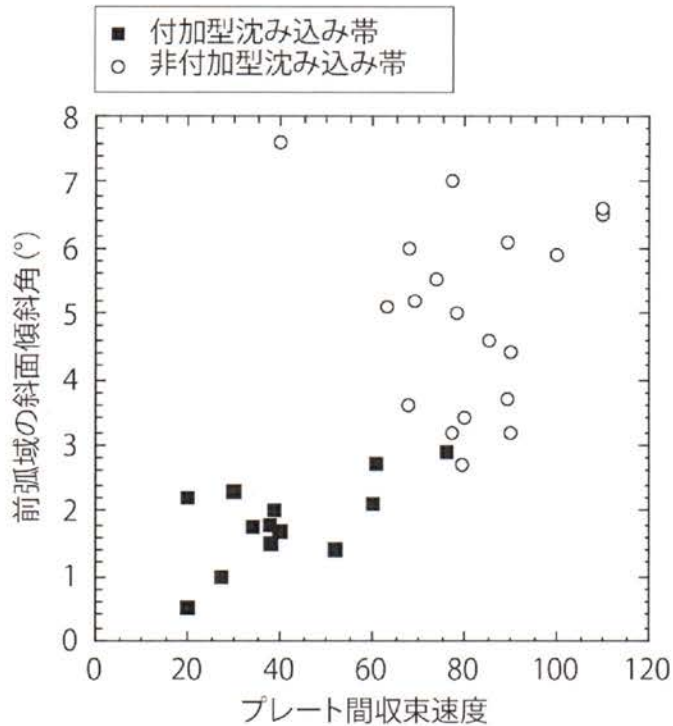
問題 2 地層①~⑮を下位から順番に並べよ。なお、地層対比において重複する場合は、小さい番号だけを答えよ。

問題 3 地層⑬と⑭の境界には傾斜不整合が存在している。地層⑬と⑭に示された岩相や堆積構造、年代を参考にしながら、不整合前後の地史について 60 字程度で説明せよ。

- 問題 4 地層①は珪質泥岩で、放散虫化石を多量に含む一方で、陸源性碎屑物は殆どみられないという特徴をもっている。この地層はどのような堆積環境で形成されたと考えられるか、その理由とともに 100 字程度で述べよ。
- 問題 5 地層①と③には多量の放散虫が産出するのに対して、地層②には放散虫が産出しない理由を柱状図に示された地質年代を参考に 60 字程度で述べよ。
- 問題 6 図の地域において西から東に向かって、どのような堆積環境の変化を読み取ることができるか、その理由とともに 50 字程度で述べよ。

IV-3 (必須) 以下の文章を読み、問題に解答せよ。

下の図は、世界のプレート沈み込み帯（付加型および非付加型）におけるプレート間収束速度（海溝と直交する成分）と前弧域の海溝斜面傾斜角の関係を示している。



(Clift and Vannucchi, 2004 を改変)

- 問題 1 付加型および非付加型に該当する沈み込み帯の名称（海溝名など）をそれぞれ一つずつ答えよ。
- 問題 2 図の横軸の単位として適切なものを以下から一つ選んで記号で答えよ。
- (A) km / 1 万年 (B) km / 10 万年 (C) km / 100 万年
(D) km / 1000 万年
- 問題 3 付加型沈み込み帯では、プレート間収束速度が非付加型沈み込み帯に比べて遅い傾向にある。このような傾向が表れる理由を 80 字程度で述べよ。
- 問題 4 付加型沈み込み帯では、前弧域の海溝斜面傾斜角が非付加型沈み込み帯に比べて小さい傾向にある。このような傾向が表れる理由について、前弧域の主要な地殻構成物質の違いに言及しながら 100 字程度で述べよ。

- 問題 5 一般に沈み込み帯におけるプレート間の相対運動は、海溝と直交する成分に加えて海溝と平行な成分ももっている。海溝と平行な相対運動成分が大きくなると、島弧には特徴的な地殻変動が起こる場合がある。どのような地殻変動が起こるか、具体例を挙げながら 30 字程度で述べよ。
- 問題 6 非付加型沈み込み帯のなかには活発な構造浸食作用が起こっていると考えられている場所がある。その根拠となるような前弧域に見られる現象を 2 つ挙げよ。

V 地球科学 II

以下の3問 (V-1, V-2, V-3) すべてに解答せよ.

V-1 (必須) 以下の文章を読み, 問題に解答せよ.

2021年8月13日, 海底火山「福徳岡ノ場」で大規模な噴火が発生した. (a)噴火は爆発的であり, 軽石や火山灰が高温のガスとともに勢いよく噴出し, 噴煙柱が上空19 km 付近まで上昇した. 噴出した軽石は海流に運ばれ, はるか1300 km も離れた沖縄地方の島々に漂着した. 大量の軽石により, 現地の生態系や漁業活動には深刻な被害をもたらされた.

この噴火により, 福徳岡ノ場には2つの新しい島が形成された. 島は, (b)火山灰や様々な粒径の軽石からなる, 基質支持で無層理の堆積物で構成されていた. しかし, 波浪による浸食が著しく, 島の一つは既に10月下旬に消滅した. もう一つの島も急速に小さくなっている. (c)もし溶岩が流出すれば, 島は長期にわたって残るであろうと考えられているが, いまのところそのような噴火は起きていない.

(d)一部の研究機関では, マグマの成因などを明らかにするべく, 既に軽石を採取し分析を始めている.

福徳岡ノ場ではこれまでも噴火が繰り返し発生しており, (e)海面に軽石が浮遊する「軽石いかだ」がしばしば形成されてきた. また, (f)マグマと海水が接触することで, 噴出中心から火砕物が放出され, 高速で放射状に広がる現象も繰り返し発生している. 海底での火山活動に伴い, 付近の海水が褐色や黄色などに変色しているのも観測されてきた. 海水の変色は, (g)Fe, Al, Siなどを溶解した酸性熱水が海底から噴出し, 海水と混合することで微細な粒子が沈殿するためと考えられている. この性質を利用し, 海水の色の観測から海底火山の活動状況を推定しようとする研究もある.

問題1 下線部(a)の噴火様式の名称として最も適切なものを以下から1つ選び答えよ.

ブルカノ式噴火 プリニー式噴火 プレー式噴火
ストロンボリ式噴火

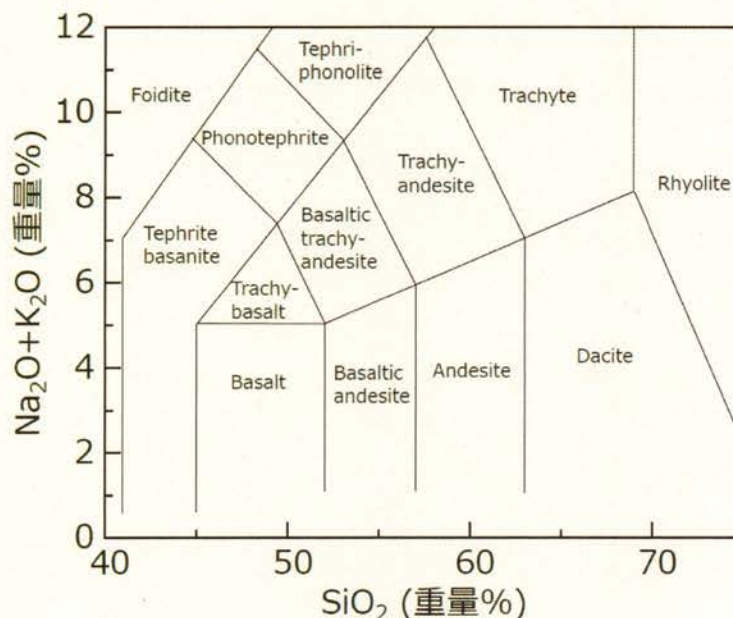
問題 2 下線部(b)は、噴出物がどのような現象により運搬され、堆積したものであるか。以下から最も適切なものを1つ選び、答えよ。

溶岩噴泉 火砕流 岩屑なだれ 火山泥流

問題 3 下線部(c)について、溶岩を穏やかに流出させる噴火が起こる場合でも、噴火前のマグマの含水量は十分に高く、爆発的噴火を起こす能力があることが多い。マグマ上昇中にどのような現象が起こると、噴火の勢いが低下し、溶岩を流出させる噴火に至るか。20字程度で説明せよ。

問題 4 下線部(d)について、福徳岡ノ場の軽石の全岩化学組成分析が行われている。以下の問いに答えよ。

問 1 下図は全岩化学組成に基づく火山岩の分類図である。福徳岡ノ場の火山噴出物の全岩組成分析を行った結果、 SiO_2 成分濃度は62.8 wt%、 $\text{Na}_2\text{O} + \text{K}_2\text{O}$ 成分濃度は9.6 wt%であった。この火山噴出物の岩石名を答えよ。ただし、解答は日本語でも英語でもよい。



- 問 2 福徳岡ノ場は、伊豆小笠原弧に属する沈み込み帯の火山である。沈み込み帯では、一般にどのような仕組みでマントルのかんらん岩が部分熔融し、マグマを形成するか。80 字程度で説明せよ。
- 問 3 福徳岡ノ場で噴出したマグマは、かんらん岩の部分熔融で形成されるマグマに比べて SiO_2 成分の濃度が高い。一般に、 SiO_2 成分濃度の低いマグマはどのような過程を経験することで SiO_2 成分濃度を増加させてゆくか。可能性のある過程の名称を 2 つ答えよ。
- 問題 5 下線部(e)について、軽石が海水に浮かぶ条件を調べる。ただし、軽石はガラスと気泡のみから構成されており、結晶の存在は無視できるものとする。また、気泡はすべて閉鎖しており、海水は侵入しないものとする。
- 問 1 軽石粒子の質量を m 、気泡部分の体積を V_{bub} 、ガラス部分の体積を V_{gls} とする。軽石の平均密度 ρ_{mean} を m 、 V_{bub} 、 V_{gls} を用いて表せ。
- 問 2 軽石の発泡度 φ は次の式で定義される：

$$\varphi = \frac{V_{\text{bub}}}{V_{\text{gls}} + V_{\text{bub}}}$$

軽石の平均密度 ρ_{mean} を φ およびガラス密度 ρ_{gls} を用いて表せ。ただし、気泡中のガスの質量は無視できるものとする。

- 問 3 軽石が海水に浮かぶための発泡度 φ の下限値を計算し、有効数字 2 桁で答えよ。ただし、ガラスの密度を $\rho_{\text{gls}} = 2500 \text{ kg m}^{-3}$ 、海水の密度を $\rho_{\text{seawater}} = 1030 \text{ kg m}^{-3}$ とする。

問題 6 下線部(f)の名称として最も適切なものを以下から1つ選び答えよ.

Rock avalanche, Porphyroblast, Anatexis, Cock's-tail jet,
Superplume, Lava fountain, Thermohaline circulation

問題 7 下線部(g)について, 熱水に溶解している Fe 成分は, 水素イオン濃度指数 (pH) が 3 より大きくなると微粒子として沈殿し, 熱水を褐色にする. 熱水の pH を 1, 海水の pH を 8 とするとき, Fe 成分が沈殿しはじめるのは熱水と海水の混合比 $R = (\text{海水の体積})/(\text{熱水の体積})$ がいくらになったときか. 計算過程とともに有効数字 2 桁で答えよ. ただし, 混合は均質に起こり, 化学平衡を仮定できるものとする. 水のイオン積は 1.0×10^{-14} [mol/L]² に維持されているものとする.

V-2 (必須) 無水炭酸塩鉱物に関する以下の問題に解答せよ.

- 問題 1 方解石 (calcite), あられ石 (aragonite), 菱苦土石 (magnesite), 苦灰石 (dolomite) の化学式をすべて答えよ.
- 問題 2 問題 1 の鉱物中で, 多形の関係にある鉱物をすべて答えよ.
- 問題 3 問題 1 の鉱物中で, 同形の関係にある鉱物をすべて答えよ.
- 問題 4 問題 2 の鉱物中で, 高圧で安定な鉱物をすべて答えよ.
- 問題 5 問題 4 の鉱物は高圧ではない地表付近でも生成する. どのようなところで生成するか, 例を一つ答えよ.
- 問題 6 多くの炭酸塩鉱物は, 強い複屈折を示す. 複屈折を示す光学的一軸性の鉱物結晶中に入射した光は, 通常光と異常光と呼ばれる速さが異なる二つの直線偏光に分かれて進むが, 通常光と異常光が同じ速さで進む方向が一方向だけ存在する. この方向のことを何というか, 答えよ.
- 問題 7 光学的一軸性の鉱物結晶中において, 問題 6 の方向以外での通常光と異常光それぞれの速さと進行方向との関係について, 40 字程度で答えよ.
- 問題 8 偏光顕微鏡で試料ステージを回転しながら, 方解石の薄片を問題 6 の方向から直交ニコル観察した. どのように観察されるか, 10 字程度で答えよ.
- 問題 9 炭酸イオン CO_3^{2-} は, イオンの剛体球モデルでは炭素イオンを酸素イオン 3 個が正三角形的に配位していると考えられる. 酸素イオンに対する炭素イオンの半径比の下限値を計算過程とともに小数点 3 桁まで答えよ.
- 問題 10 炭酸イオン CO_3^{2-} における C-O 結合は, 問題 9 のようなイオン結合というより共有結合性が強い. 考えられる炭素の混成軌道名を答えよ.

V-3 (必須) 以下の文章を読み、問題に解答せよ。

(a) 鉱物は多様な色をもつが、その原因の一つが点欠陥である。 (b) 点欠陥は、鉱物中に必然的に存在し、色のほかにも鉱物の性質に影響を及ぼす。 鉱物中の (c) 拡散 などがその例である。欠陥には、点欠陥のほかにも (d) 線状のものや面状のもの があり、鉱物の生成過程を推定する手掛かりとなることもある。

問題1 下線部(a)の鉱物の色とその原因について、以下の問いに答えよ。

問1 着色の原因となる、ある種の点欠陥のことを何というか、答えよ。

問2 以下の文章は、点欠陥以外の鉱物の色の原因について述べたものである。

ア ~ ウ に入る適切な語句を、それぞれ語群から選んで答えよ。

鉱物結晶構造中に ア イオンが入ると、3d 軌道の電子のエネルギー状態が変化して可視光の吸収波長を変えることにより、色を呈することがある。そのため同じ ア でも入る結晶構造によって異なる色となることがあり、例えば イ は、ベリル中に入ると宝石のエメラルドが示す緑色の原因の一つとなるが、 ウ 中に入ると赤色のルビーとなる。

【語群】 ア： 水酸化物 遷移金属 アルカリ金属
イ： Al^{3+} Mg^{2+} Cr^{3+}
ウ： コランダム ルチル 石英

問題2 下線部(b)の点欠陥が鉱物中に必ず存在することについて、以下の問いに答えよ。

問1 点欠陥が生成すると、結合が切れること等により内部エネルギーが上昇するが、それでも欠陥が一定量存在する。その理由を、熱力学的に 80 字程度で説明せよ。

問2 1 種類の原子からなる鉱物中で、点欠陥が 1 つ生成するときのエネルギー上昇を E_v とすると、平衡状態で存在する欠陥の数は、完全結晶中で原子が占有するサイトの数を N 、温度を T として、 $n = N \exp(-E_v/k_B T)$ と表せる。ここで、 k_B はボルツマン定数である。このことから、温度 T および点欠陥の生成エネルギー E_v と、平衡状態での点欠陥の数 n との関係はどうなるか、30 字程度で答えよ。

問題3 下線部(c)について、鉍物中にある原子が拡散するときの拡散係数 D は、多くの場合、活性化エネルギー E_a と頻度因子 D_0 を用いて

$$D = D_0 \exp(-E_a/RT) \quad (1)$$

と表される。実験により E_a と D_0 を求める方法について書いた以下の文章を読み、問いに答えよ。ただし、 R は気体定数、 T は温度である。

拡散係数 D を温度 T を変えて測定し、縦軸を 、横軸を としたグラフ上にプロットすると、式(1)で表現される拡散の場合、そのプロットは直線で近似できる。この直線の傾きを A 、切片を B とすると、この拡散の活性化エネルギー E_a は 、頻度因子 D_0 は と求められる。

問1 文章中の ~ に入る適切な数式を答えよ。

問2 一般的に、活性化エネルギーとはどのようなものか、簡潔に説明せよ。図を用いて説明してもよい。

問3 上の文章で説明されているプロットのことを何と言うか、答えよ。

問題4 下線部(d)の線状や面状の欠陥について説明した以下の文章のうち、誤っているものはどれか、すべて選んで記号で答えよ。

- (i) 線状の欠陥の一つであるらせん転位は、結晶成長時におけるステップの供給源にもなっている。
- (ii) 線状の欠陥の一つである刃状転位の転位線の方向は、バーガーズベクトルに対して垂直である。
- (iii) 線状の欠陥の一つである反位相境界は、かつてそれを含む鉍物が相転移した証拠となる。
- (iv) 面状の欠陥の一つである双晶とは、2つ以上の同種の単結晶が、ある一定の方位関係をもって組み合わさったものである。