

2021年8月19日

令和4年度(令和3年10月入学を含む)
北海道大学大学院理学院自然史科学専攻
(地球惑星ダイナミクス講座, 地球惑星システム科学講座,
および地震学火山学講座)
博士前期(修士)課程入学試験

専門科目試験問題
試験時間 13:00 ~ 16:00

以下の注意事項をよく読むこと。

1. 問題冊子1冊(この冊子), 解答用紙6枚, 草案紙2枚を配布する。
2. 専門科目試験の問題は, I 数学, II 物理学, III 化学, IV 地球科学I(地球史・テクトニクス・堆積学), および V 地球科学II(岩石学・鉱物学)の5分野から出題される。このうち, 2分野を選択して解答せよ。
3. 各分野の出題は, 例えば II-1, II-2 のように, いくつかの問題からなる。解答の方法については, 各分野の問題に与えられている指示をよく読むこと。
4. 解答は, II-1, II-2 などの問題ごとに別々の解答用紙(1枚)を用い, 指定された欄に, 数学などの科目名, II-1 のように問題番号, そして受験番号を記入すること。氏名は記入しないこと。
5. 解答は解答用紙の裏面に及んでもよい。
6. 解答用紙, 草案紙が足りないときは, 試験監督者に申し出ること。
7. 解答用紙は選択した分野ごとに回収する。回収する解答用紙の枚数は, 分野毎に3枚ずつである。解答の如何に関わらず受験番号を記入し, これらの枚数の解答用紙を必ず提出すること。なお, 3分野以上にわたって提出しないこと。
8. 問題冊子と草案紙, および余った解答用紙は持ち帰ってもよい。
9. 試験時間が終了し, 監督員の指示があるまで退出することはできない。試験時間中, トイレや体調不良がある受験生は挙手の上, 監督員に知らせること。

I 数学

以下の4問 (I-1, I-2, I-3, I-4) から3問を選択して解答せよ. 解答にあたっては, 結果だけでなく導出過程も記せ.

I-1 (選択)

行列 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ に対し, $\{x_n, y_n\}$ が連立漸化式

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

を満たすとする. 以下の問題に解答せよ.

問題1 行列 \mathbf{A} の固有値 λ_1 と λ_2 を求めよ. ただし, $|\lambda_1| \geq |\lambda_2|$ とする.

問題2 行列 \mathbf{A} の固有値 λ_1, λ_2 それぞれに対する固有ベクトルを求めよ.

問題3 正の整数 m に対して, \mathbf{A}^m を求めよ. ただし, 解答には問題1の λ_1 と λ_2 を用いてもよい.

問題4 問題3の結果を用いて連立漸化式を解き,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n}$$

を求めよ.

問題5 $x_n^2 - 2y_n^2 = 1$ を満たすとき, $x_{n+1}^2 - 2y_{n+1}^2 = -1$ となることを示せ.

問題6 $x^2 - 2y^2 = 1$ を満たす正の整数の組 (x, y) を1つ答えよ.

I - 2 (選択)

実数 t に対し, らせん S

$$(x(t), y(t), z(t)) = \left(\cos \frac{t}{\sqrt{2}}, \sin \frac{t}{\sqrt{2}}, \frac{t}{\sqrt{2}} \right)$$

が与えられている. 以下の問題に解答せよ. ただし, $p'(t) = \frac{dp}{dt}$ である.

問題 1 ベクトル $\mathbf{e}_1(t) = (x'(t), y'(t), z'(t))$ を求めよ.

問題 2 問題 1 の $\mathbf{e}_1(t)$ に対し,

$$\mathbf{e}_2(t) = \frac{\mathbf{e}_1'(t)}{\sqrt{|\mathbf{e}_1'(t)|^2}}$$

を求めよ.

問題 3 問題 1 の $\mathbf{e}_1(t)$ 及び問題 2 の $\mathbf{e}_2(t)$ に対し,

$$\mathbf{e}_3(t) = \mathbf{e}_1(t) \times \mathbf{e}_2(t)$$

を求めよ.

問題 4 \mathbf{B} を 3 次正方行列とする. 前問までで求めた $\mathbf{e}_1(t)$, $\mathbf{e}_2(t)$, 及び $\mathbf{e}_3(t)$ が,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{e}_1'(t) \\ \mathbf{e}_2'(t) \\ \mathbf{e}_3'(t) \end{pmatrix} = \mathbf{B} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1(t) \\ \mathbf{e}_2(t) \\ \mathbf{e}_3(t) \end{pmatrix}$$

を満たすとき, \mathbf{B} を求めよ.

問題 5 $0 \leq t \leq 2\sqrt{2}\pi$ の範囲のらせん S の長さを求めよ. ただし, π は円周率とする.

I - 3 (選択)

実数 $s > 0$ に対して, 関数 $\Gamma(s)$ を

$$\Gamma(s) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{s-1} dx$$

と定義する. 以下の問題に解答せよ.

問題 1 $\Gamma(1) = 1$ を示せ.

問題 2 $\Gamma(s+1) = s\Gamma(s)$ を示せ.

問題 3 自然数 n に対し, $\Gamma(n+1) = n!$ を示せ.

問題 4 実数 $p > 0, q > 0$ に対して, 関数 $B(p, q)$ を

$$B(p, q) = \int_0^1 x^{p-1} (1-x)^{q-1} dx$$

と定義する. B と Γ の間に

$$B(p, q) = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}$$

の関係が成り立つ. この関係を用いて

$$\int_{-1}^1 (1+x)^m (1-x)^n dx = 2^{m+n+1} \frac{m!n!}{(m+n+1)!}$$

を示せ. ただし, m と n は自然数とする.

I - 4 (選択)

複素数 $z = x + iy$ の関数

$$w = z + \frac{1}{z} = \phi(x, y) + i\psi(x, y)$$

を考える. ここで, i は虚数単位であり, ϕ, ψ はともに実数 x, y の実関数とする.
以下の問題に解答せよ.

問題 1 複素数 z を $z = re^{i\theta}$ と極形式で表すとき, 以下の問いに答えよ.

問 1 ϕ, ψ をそれぞれ r, θ の関数として表せ.

問 2 $\frac{\partial r}{\partial x}, \frac{\partial \theta}{\partial x}$ をそれぞれ r, θ の関数として表せ.

問 3 $\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial x}$ をそれぞれ r, θ の関数として表せ.

問題 2 コーシー・リーマンの関係を用いて, w が $z \neq 0$ で z の正則関数であることを示せ.

問題 3 $|z| = 2$ を反時計回りに 1 周する経路を C とする.

$$\int_C \frac{1}{w} dz$$

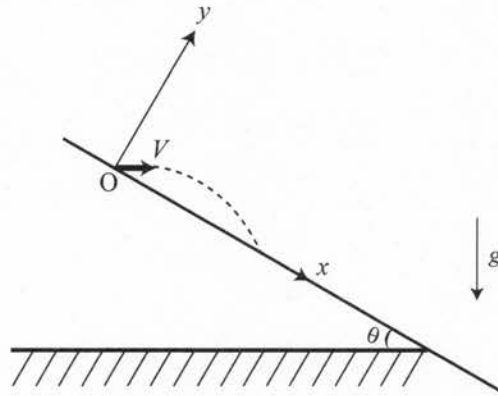
を計算せよ.

II 物理

以下の4問 (II-1, II-2, II-3, II-4) から3問を選択して解答せよ. 解答にあたっては, 結果だけでなく導出過程も記せ.

II-1 (選択)

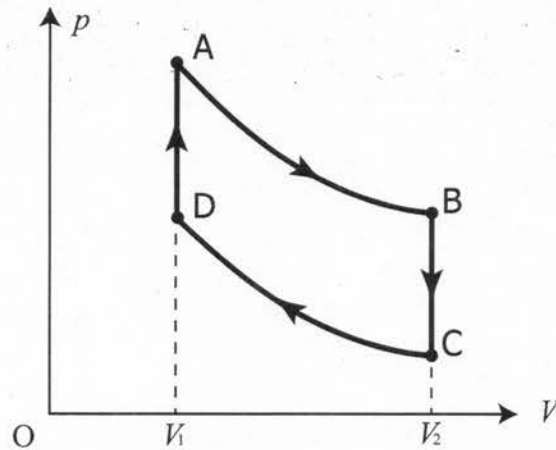
図のように水平面と角度 θ ($0 < \theta < \pi/2$) をなすなめらかな斜面上において, 斜面に沿った方向に x 軸, 斜面に垂直な方向に y 軸を定義する. 時間 $t=0$ で原点 O から水平方向に質量 m の質点を初速 V で投げたとき, 斜面上に落下した. 以下の問題に解答せよ. 重力加速度は g とし, 斜面は十分に長いものとする.



- 問題 1 質点の運動方程式を x 方向と y 方向についてそれぞれ示せ.
- 問題 2 質点が斜面上に落下したときの時間 T_1 と落下点の原点からの距離 X_1 をそれぞれ求めよ.
- 問題 3 斜面上に落下した質点のはねかえったとき, 以下の問いに答えよ. 斜面に垂直な方向の反発係数 (はねかえり係数) は e ($0 < e < 1$) とする.
- 問 1 はねかえったときに質点が斜面から受ける y 方向の力積を求めよ.
- 問 2 質点が 2 回目に斜面上に落下したときの時間 T_2 を求めよ.
- 問 3 質点が n 回目に斜面上に落下したときの時間 T_n を求めよ. n は 2 以上の自然数とする.

II-2 (選択)

図に示すサイクルにおける1モルの理想気体を考える。横軸 V は体積、縦軸 p は圧力である。状態 A から B は断熱膨張、状態 B から C と D から A は定積変化、状態 C から D は断熱圧縮とし、状態 A, B, C, D での絶対温度をそれぞれ T_A, T_B, T_C, T_D とする。以下の問題に解答せよ。1モル当たりの定積比熱を C_V 、定圧比熱を C_p とする。



問題 1 図に示すサイクルのすべての過程が準静的であるとき、以下の問いに答えよ。

問 1 状態 B から C への変化で気体が外部から与えられた熱量 Q_{BC} と、状態 D から A への変化で気体が外部から与えられた熱量 Q_{DA} をそれぞれ求めよ。なお、内部エネルギーの変化 $dU = C_V dT$ である。

問 2 断熱変化について $TV^{\gamma-1}$ が一定となることを示せ。なお、 $\gamma = C_p/C_V$ である。気体定数 R として、 $C_p - C_V = R$ の関係式を用いてもよい。

問 3 サイクルの熱効率 η は $\eta = 1 + Q_{BC}/Q_{DA}$ で定義される。図のサイクルの熱効率を体積比 V_2/V_1 を用いて表せ。また、熱効率を上げるためには体積比をどのようにすればよいか答えよ。

問 4 状態 B から C へのエントロピーの変化量を求めよ。

問題 2 状態 B の気体に対して絶対温度 T_C の熱浴を用いて、不可逆的に状態 C へと変化させた。このとき熱浴のエントロピー変化を求めよ。また、熱浴と気体のエントロピー変化の和 ΔS の正負を答えよ。なお、 $T_C < T_B$ である。

II-3 (選択)

マクスウェルの方程式は、電場ベクトル \mathbf{E} 、磁束密度 (磁場) ベクトル \mathbf{B} 、電荷密度 ρ 、電流密度 \mathbf{j} を用いて、以下のように表せる。

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1), \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3), \quad c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\epsilon_0} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (4)$$

ϵ_0 は真空の誘電率、 c は真空中の光速である。以下の問題に答えよ。

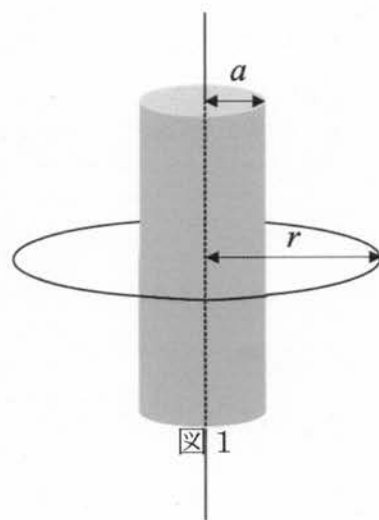
問題 1 図 1 のように、半径 a の無限に長い円柱内部に単位長さ当たり λ の電荷が一様に分布しているとする。円柱の中心から外側へ向かう距離を r とするとき、円柱の外部で生じる電場 E_{out} と内部で生じる電場 E_{in} が、それぞれ

$$E_{out} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}, \quad E_{in} = \frac{\lambda r}{2\pi\epsilon_0 a^2}$$

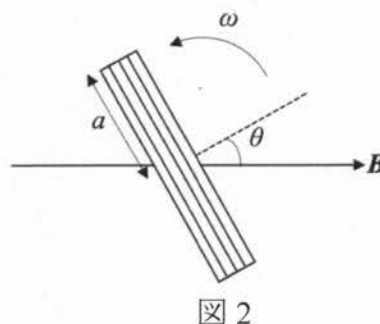
となることを、式(1)とガウスの発散定理

$$\iiint_V \nabla \cdot \mathbf{E} dV = \iint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dS$$

を用いて示せ。ただし、 \mathbf{n} は体積 V の領域を囲む閉曲面 S における外向き法線ベクトルである。



問題 2 図 2 のように、半径 a 、巻数 N 、抵抗 R の円形コイルを磁束密度 \mathbf{B} の一様な磁場に置いて、磁場 \mathbf{B} と直交する直径を軸にして角速度 $\omega (= d\theta/dt)$ で回転させる。以下の問いに答えよ。ただし、円形コイルの厚さは半径 a に比べて十分に小さいとする。



問 1 閉曲面 S におけるベクトル $\nabla \times \mathbf{E}$ の面 S に垂直な成分の積分は、 S の縁となる閉曲線 C に沿ったベクトル場 \mathbf{E} の線積分に等しいこと (ストークスの定理)

$$\iint_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{n} dS = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

を式(2)に適用して得られる法則を何と呼ぶか。

- 問 2 図 2 の瞬間においてコイルを通過する磁束 Φ を求めよ.
- 問 3 問 2 において発生する起電力 e_i を求めよ.
- 問 4 問 3 においてコイルに流れる電流 I を求めよ.
- 問題 3 マクスウェル方程式の登場以前の磁場に関する物理法則は、式(3)と式(4)の右辺第 2 項を除いた定常な電流密度 \mathbf{j} による静磁場に関するものだった. 以下の問いに答えよ.
- 問 1 この場合の式(4)に、問題 2 問 1 のストークスの定理を適用すると得られる法則を何と呼ぶか.
- 問 2 問 1 の法則を用いて、定常な電流 I が流れる十分に長い電線があるとき、この電線と直交する半径 r の同心円上の磁場 B を求めよ.
- 問 3 電流密度 \mathbf{j} による静磁場をより一般的な場合に求めるためには、式(3)も用いなければならない. その際、 $\mathbf{B} \equiv \nabla \times \mathbf{A}$ を満たすベクトルポテンシャル \mathbf{A} を用いると式(3)は自動的に成り立つ. さらに、式(4)で恒等式 $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$ を用い、 $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ となるように \mathbf{A} を選べば、ベクトルポテンシャル \mathbf{A} は次の式を満たす.
- $$\nabla^2 \mathbf{A} = -\frac{\mathbf{j}}{\epsilon_0 c^2}$$
- z 方向に無限に長い半径 a の導体円柱に電流が流れるとき、ベクトルポテンシャル \mathbf{A} は z 成分 A_z のみを持つ. 円柱の中心から外側へ向かう距離を r としたとき、円柱の外側 ($r > a$) で A_z は r にどのように依存するか、 r の関数形を答えよ (ヒント: 問題 1 の E_{out} を、ポテンシャルを定義して導くことを考えよ).
- 問題 4 式(1)と式(4)を用いて電荷密度 ρ と電流密度 \mathbf{j} の関係を示す電荷の保存則を導け.

Ⅱ-4 (選択) 以下の文章を読み、問題に解答せよ。

図1は月と地球からなる系を地球の自転軸の方向から見たもので、簡単のために月は赤道面上にあるとする。月は地球に対して図1の点線のような潮汐力ポテンシャルを生み、地球上の月に最も近い側と最も遠い側で最大値を持つ。その結果、(ア)周期で固体地球は変形し、海水面の昇降や潮汐流が生じる。

現実の地球における潮汐力ポテンシャルは、同じ位置に月があったとしても図1の太実線のように月と地球の重心を結ぶ線に対して約 2.9° 先にある。これは固体地球が完全な(イ)ではないこと、海水が流体であること、不規則な(ウ)のために潮汐力に対する応答に遅れが生じ、その遅れの間地球が自転するためである。このとき、図1の横縞部分の質量は地球と月の重心を結ぶ面に対して非対称に分布しているが、点Qが含まれる領域の方が、点Pの含まれる領域よりも月に近いため、月による引力 F_2 は F_1 よりも大きい。(1)引力 F_1 によるモーメント(トルク)と引力 F_2 によるモーメントの合計は潮汐摩擦トルクとも呼ばれる。この結果として、1日の長さは1世紀で約2.4ミリ秒の割合で(エ)なる。

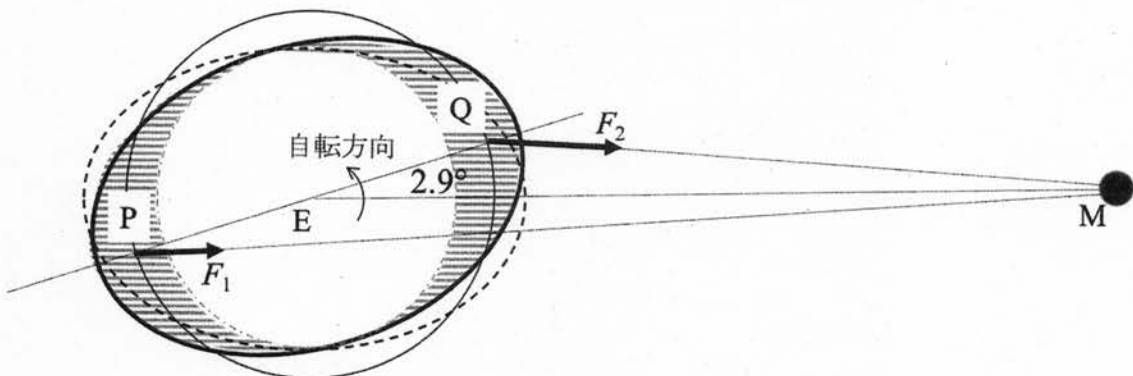


図1：月(M)が地球(E)にもたらす潮汐力ポテンシャルと潮汐摩擦の原因

問題1 空欄(ア)から(エ)にあてはまる適切な語句や数値を答えよ。

問題2 下線部(1)に関する以下の問いに答えよ。

問1 図1で地球の中心Eを原点とする点Pへの位置ベクトル r_p と点Qへの位置ベクトル r_q を用いて、下線部を式で表せ。

問2 潮汐摩擦トルクの向きを答えよ。

問題3 月と地球からなる系の回転運動について、以下の問いに答えよ。

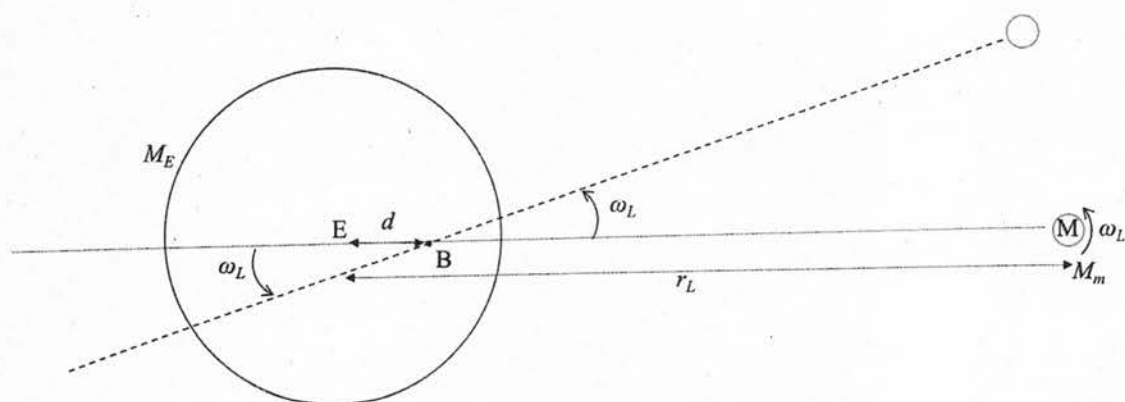


図2：月-地球系の回転運動

- 問1 月-地球系の重心 B の位置ベクトル \mathbf{r}_B を、月と地球の質量 M_m と M_E 、月と地球の中心の位置ベクトル \mathbf{r}_m と \mathbf{r}_E を用いて表せ。
- 問2 問1の重心 B が地球内部にあることを示せ。ただし、 $M_m/M_E = 0.012$ とし、地球中心 E から月中心 M までは 384000 km 、地球半径は 6371 km とする。
- 問3 月-地球系の角運動量は、月と地球それぞれの自転による角運動量 H_m と H_E に加え、重心 B の周りの月と地球それぞれの“回転運動”による角運動量 H'_m と H'_E からなる。月の公転角速度は月の自転角速度と等しく、それが重心 B の周りの回転運動の角速度 ω_L でもある。地球中心 E から重心 B までの距離を d 、月中心 M までの距離を r_L とし、 M_E 、 M_m 、 ω_L を用いて H'_E と H'_m を求めよ。ただし、地球と月は質点として扱うこと。

Ⅲ 化学

以下の3問(Ⅲ-1, Ⅲ-2, Ⅲ-3)すべてに解答せよ。

Ⅲ-1 (必須) 塩化ナトリウムに関する以下の問題に解答せよ。なお、ナトリウムと塩素の原子量はそれぞれ23.0, 35.5, ファラデー定数は $9.6 \times 10^4 \text{ C mol}^{-1}$ とする。

問題1 以下の文章を読み, 問いに答えよ。

下図は, 水-塩化ナトリウム系の1気圧における状態図である。図中の黒丸で示した水溶液中では, 塩化ナトリウムは Na^+ と Cl^- に完全に (ア) し, 極性分子である水分子に囲まれて安定化している。このような現象は (イ) とよばれる。この水溶液を徐冷すると, 約 (ウ) $^{\circ}\text{C}$ で完全に固結する。

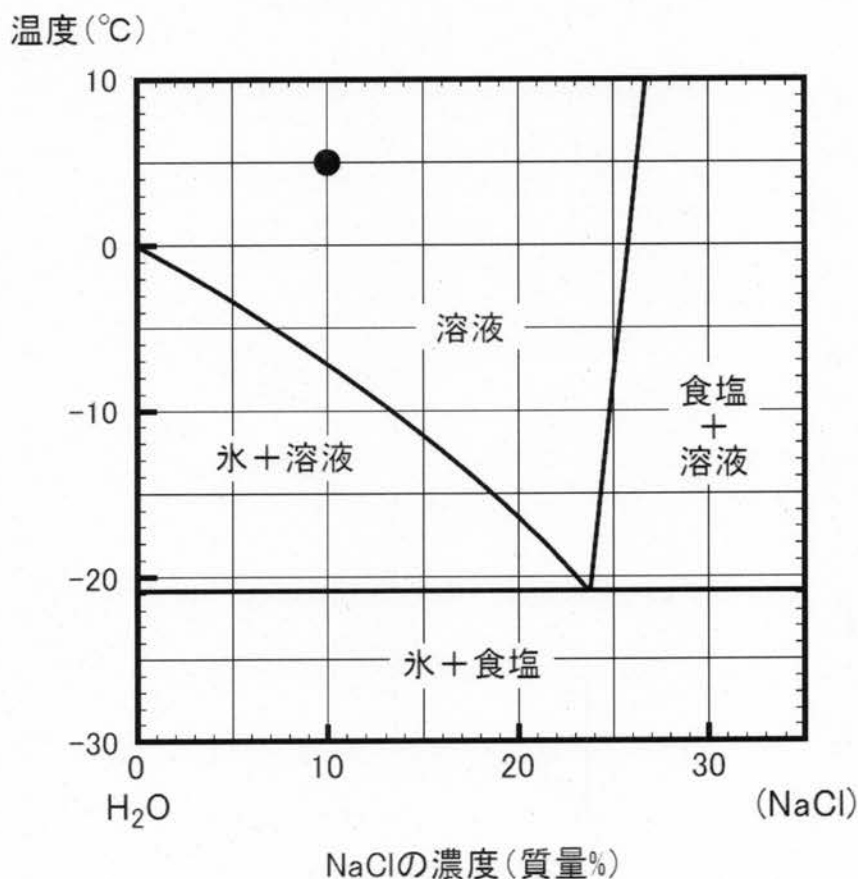


図 水-塩化ナトリウム系の1気圧における状態図

- 問 1 空欄 (ア) ~ (ウ) に当てはまる適切な語句および整数値を答えよ。
- 問 2 下線部の Na^+ と Cl^- イオンについて、周囲の水分子との関係をそれぞれ図示せよ。
- 問 3 塩化ナトリウム水溶液の液性 (酸性, 中性, アルカリ性) を答えよ。
- 問 4 図中の黒丸で示された 100 g の塩化ナトリウム水溶液を, 5°C から -10°C まで徐冷し, そのまま十分に長い時間を保った. このとき晶出する固相の質量を整数値で答えよ. 導出過程も示すこと。
- 問 5 状態図を用いて, 10°C における塩化ナトリウム水溶液の飽和溶解度 (100 g の水に溶けうる塩化ナトリウムの質量 (g)) を計算し, 整数値で答えよ. 導出過程も示すこと。
- 問 6 状態図を用いて, 水のモル凝固点降下 ($^\circ\text{C kg mol}^{-1}$) のおおよその値を計算し, 整数値で答えよ. 導出過程も示すこと。
- 問題 2 塩化ナトリウム水溶液にフェノールフタレインを少量加え, 白金電極を用いて 10.0 A の電流を 10 分間流して電気分解を行った. 以下の問いに答えよ。
- 問 1 電気分解を開始した直後に, 陰極付近の溶液で観察される現象を答えよ. また, その現象が起きる理由を 20 字程度で述べよ。
- 問 2 陽極で発生した気体の標準状態での体積 (L) を計算し, 有効数字 2 桁で答えよ. 導出過程も示すこと. ただし, 塩化ナトリウム水溶液は, 電気分解後も十分な量が残っていたものとする。

III-2 (必須) 以下の問題に解答せよ。気体定数 $R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ とする。

問題 1 化学反応に関する以下の問いにすべて解答せよ。

問 1 図 1 はふたつの化学反応の反応経路を示した反応座標図である。 E_a は反応の活性化エネルギーであり、 $\Delta_r H$ は反応エンタルピーである。(a)と(b)の反応において、発熱する方を選び。また、その理由を説明せよ。

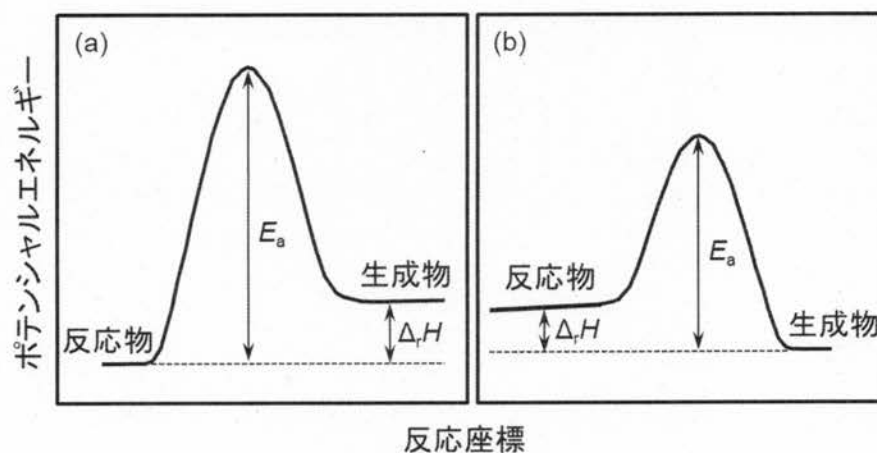


図 1 化学反応 a と b の反応座標。

問 2 活性化エネルギー E_a の定義を 30 字程度で説明せよ。

問 3 (a)と(b)の反応座標に対応する化学反応式の例を一つずつ示せ。

問 4 化学反応において、触媒を用いると反応を速くすることができる。反応が速くなる理由を 30 字程度で説明せよ。

問題 2

下表は、ある気体の 2 次反応の温度 (T) に対する反応速度 (k) をまとめたものである。そこで、図 2 に示すアレニウスプロットを作成した。この直線の勾配は -5.07 (K) であった。反応速度に関する以下の問いに解答せよ。結果だけでなく導出過程も示せ。

T K	k $\text{L mol}^{-1} \text{s}^{-1}$
300	3.3×10^3
350	4.7×10^4
400	2.1×10^5
450	9.9×10^6
500	3.1×10^6

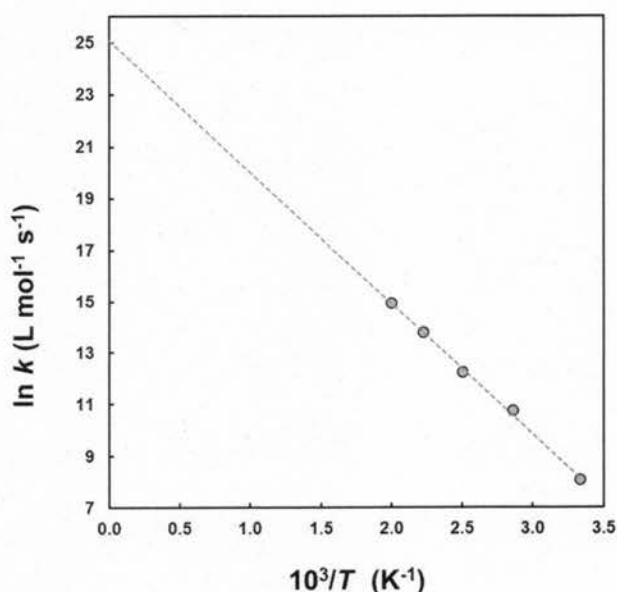


図 2 反応速度に関するアレニウスプロット。

問 1 400 K の反応速度は 300 K の反応速度の何倍になるかを有効数字 2 桁で解答せよ。

問 2 この反応の活性化エネルギー E_a を有効数字 2 桁で解答せよ。

問 3 この反応を起こす際に触媒を用いたところ、反応が速くなった。この時、アレニウスプロットの切片 ($T = \infty$ のときの縦軸の値) と傾きにどのような変化があったか、以下の 6 つのうちから正しい選択肢を 1 つ選べ。

- (1) 切片が小さくなり、傾きは変わらなかった。
- (2) 切片は変わらず、傾きが緩やかになった。
- (3) 切片が大きくなり、傾きが急になった。
- (4) 切片が小さくなり、傾きが緩やかになった。
- (5) 切片は変わらず、傾きが急になった。
- (6) 切片が大きくなり、傾きが緩やかになった。

Ⅲ-3 (必須) 以下の問題に解答せよ。なお、水素、炭素、窒素、酸素の原子量をそれぞれ 1, 12, 14, 16 とする。

問題 1 カルボン酸は分子中に (ア) 基をもつ化合物の総称である。ギ酸は最も分子量の小さなカルボン酸で、分子構造中に (ア) 基に加えて (イ) 基に相当する部分があるため、カルボン酸の中でも例外的に (ウ) 性を示す。酢酸はギ酸の水素を (エ) 基で置き換えたカルボン酸で、刺激臭のある無色の液体である。工業的には、主にロジウム触媒を用いた (オ) と一酸化炭素の反応によって合成される。酢酸は分子間の (カ) 結合により、溶媒中で⁽¹⁾会合二量体を形成する場合がある。そのため、酢酸はともに 2 つの炭素からなるエタノールに比べて沸点が (キ)。

問 1 (ア) ~ (キ) に当てはまる語句を答えよ。

問 2 下線 (1) の会合二量体を図示せよ。(カ) 結合は点線で示すこと。

問 3 マレイン酸とフマル酸はともに分子式 $C_4H_4O_4$ のカルボン酸である。それぞれの構造式を図示せよ。また、酸無水物をつくりやすいのはどちらか答えよ。

問題 2 試験管内で⁽²⁾酢酸 60 mg とエタノール 92 mg を混合し、さらに触媒として少量の濃硫酸 (濃度 95 %) を加えて一定温度に保った。反応後、反応溶液に水とジエチルエーテルを加えて攪拌し、静置した。上下に分離した 2 層のうち、ジエチルエーテル層を分取した。ここに⁽³⁾炭酸水素ナトリウム水溶液を加えて攪拌した。ジエチルエーテル層を取り出して蒸留したところ、芳香のある有機化合物 X が得られた。

問 1 有機化合物 X の名称を答えよ。

問 2 下線 (2) の反応の化学反応式を示せ。ただし、化学反応式の各分子を示性式の形で示すこと。

問 3 下線 (2) の反応が平衡に達した時の平衡定数が 4 のとき、期待される有機化合物 X の収量 (mg) を有効数字 2 桁で答えよ。なお、溶液中の各成分の活量係数はすべて 1 として、反応に伴う体積変化の影響は無視できるものとする。導出過程も示すこと。

問 4 下線 (2) の反応において, 有機化合物 X の収量を上げる方法を以下から一つ選べ.

(ア) 使用するエタノールの量を増やす.

(イ) 反応を水溶液中で進行する.

(ウ) 触媒として, 濃硫酸の代わりに塩酸 (濃度 30%) を用いる.

(エ) 触媒として, 濃硫酸の代わりに水酸化ナトリウムを用いる.

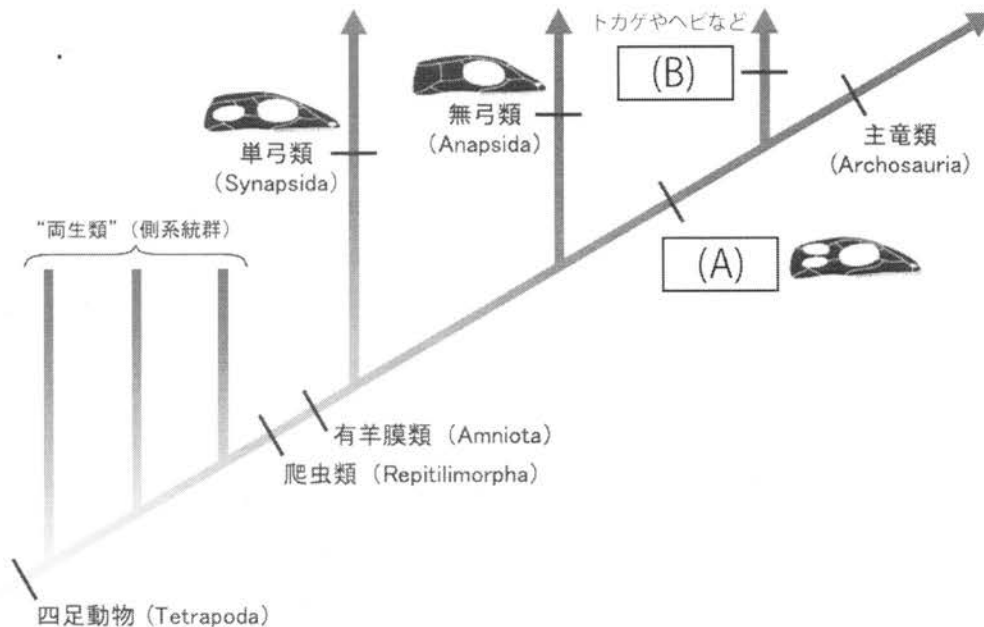
問 5 下線 (3) で炭酸水素ナトリウム水溶液を加えた目的を 50 字程度で答えよ.

IV 地球科学 I

以下の3問 (IV-1, IV-2, IV-3) すべてに解答せよ。

IV-1 (必須) 以下の文章を読み, 問題に解答せよ。

下の図は, 四足動物の系統樹で, 特に有羊膜類の関係性を表している。有羊膜類は伝統的に, 頭骨の孔の数によって, 無弓類・単弓類・の3グループに分けられる。は, さらにと主竜類の二つのグループで単系統を形成する。主竜類である^(a)恐竜類の多くは, 約6,600万年前に絶滅したが, ^(b)恐竜類のうち鳥類は絶滅を免れた。



(北海道大学出版会「地球と生命の進化学 新・自然史科学I」を改変)

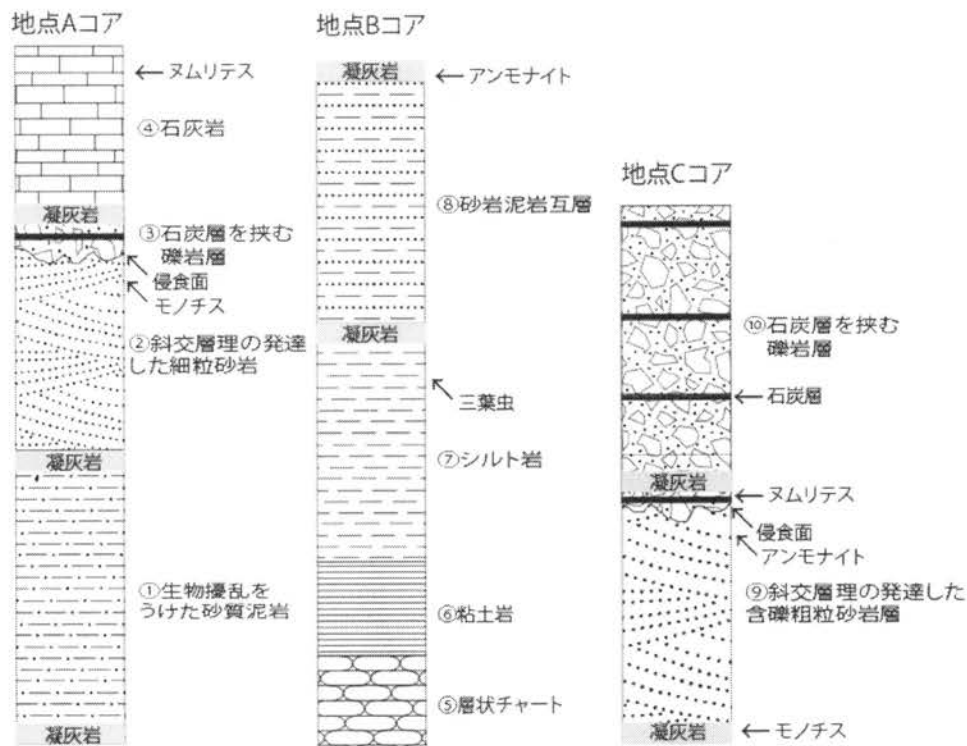
- 問題1 この図に出てくるグループの中で, 人間が属すグループがどれか答えよ。
- 問題2 とのグループ名を答えよ。
- 問題3 単系統と側系統の定義について合わせて, 80字程度で述べよ。
- 問題4 恐竜類が出現した地質時代を紀で答えよ。また, その起源はどの大陸であると考えられているか, 答えよ。

問題 5 下線部 (a) の大量絶滅の要因における主な説を二つあげ、それぞれ 50 字程度で述べよ。

問題 6 下線部 (b) の理由を代謝の違いから考えて 40 字程度で述べよ。

IV-2 (必須) 以下の文章を読み、問題に解答せよ。

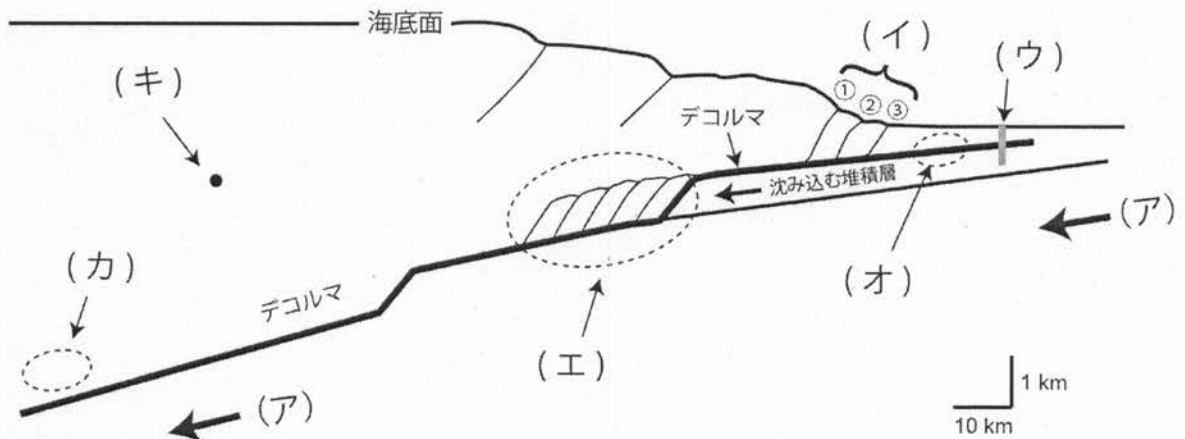
ある地域の標高の異なる A~C の 3 つの地点において鉛直なボーリング掘削が行われ、ボーリングコアが取り出された(下図)。地点 B が最も西に、地点 C が最も東に位置する。コア中の地層の層理面は全て水平であった。コア中の各地層には主な岩相や産出化石が記載され、①~⑩までの番号がつけられた。地層⑧の層厚は 50 m であった。地点 A コアの②と③、および地点 C コアの⑨と⑩の境界には、大きな侵食面がみられた。この地域には地層対比に有効な薄い凝灰岩層が 3 層準あることが知られており、各地点のコアではこれらの一部もしくは全てが観察された。凝灰岩層の年代測定を行ったところ、下位のものから 252.2 Ma, 210.0 Ma, 50.2 Ma であることがわかった。



- 問題 1 下線部のような地層は何と呼ばれているか答えよ。また、一般にこのような地層は凝灰岩層であることが多い。この理由について 70 字程度で述べよ。
- 問題 2 地層②および④の地質時代をそれぞれ紀で答えよ。
- 問題 3 古生代末に大量絶滅事変の存在が知られている。この層準を含むと考えられる全ての地層を番号で答えよ。

- 問題 4 地点 A コアの地層②に層序対比できる地層を全て答えよ。
- 問題 5 地層①～⑩を下位から順番に並べよ。なお、地層対比において重複する場合は、大きい番号だけを答えよ。
- 問題 6 地層⑧が 1 m 堆積するのに要した年数を答えよ。堆積速度は一定であるとし、続成過程による圧密作用は考慮しないものとする。
- 問題 7 地層②と③、および地層⑨と⑩の境界は不整合面と考えられる。侵食面の存在以外に不整合と考えられる 2 つの理由についてそれぞれ 20 字程度で述べよ。
- 問題 8 この地域の不整合面より下位の地層全体をみると、下位から上位および西から東に向かってどのような堆積環境の変化があるか、その理由も含めてそれぞれ 60 字程度で述べよ。

IV-3 (必須) 下の図は、南海トラフが形成されている沈み込み帯の模式的な断面を示している。以下の問題に解答せよ。



(木村・木下編, 「付加体と巨大地震発生帯」, 2009 を改変)

問題 1 (ア) に該当する海洋プレートの名称を答えよ。

問題 2 (イ) に発達する断層①, ②, ③の形成順序として正しいものを以下の(A), (B) から選べ。

(A) ① → ② → ③ (B) ③ → ② → ①

問題 3 (ウ) の地点で間隙水中の塩化物イオン (Cl^-) 濃度の深度変化を調べたところ、プレート境界断層 (デコルマ) 以外の深度ではほぼ海水と同じ値であったが、デコルマでは海水よりも優位に低い値を示した。このことから推定される沈み込み帯内の流体循環の様子について、50 字程度で説明せよ。

問題 4 (エ) で進行している付加作用の名称と、それに伴って形成される特徴的な地質構造の名称を答えよ。

問題 5 (オ) と (カ) の点線で示す 2 地点では、物質はともにデコルマの活動によるせん断変形を被っているが、その変形様式は大きく異なっていると考えられる。それぞれの変形様式について、変形様式が異なる理由を含めて 80 字程度で説明せよ。

問題6 (キ)は水深 2,000 m の海底から地下 3,000 m の深度に位置している。以下の問いに答えよ。

問1 (キ)における鉛直方向の全応力(水も含めた全体の自重による鉛直応力)、静水圧、有効応力をそれぞれ MPa の単位で答えよ。ただし、(キ)より上の岩石の密度は 2.3 g/cm^3 (水で飽和した状態)、海水および間隙水の密度は 1.0 g/cm^3 、重力加速度は 10 m/s^2 とする。また、(キ)における間隙流体圧は静水圧に等しいとする。計算過程も示すこと。

問2 (キ)では、問1で解答した有効応力が最小主応力として作用しており、その倍の圧縮応力(有効応力)が最大主応力として水平方向に作用しているとする。(キ)に存在する岩石は、この応力状態において破壊しているか否かを、理由とともに答えよ。ただし、岩石はモールクーロンの破壊基準に従って破壊するとし、その内部摩擦角は 30 度とする。図を使って説明しても良い。

V 地球科学 II

以下の3問 (V-1, V-2, V-3) すべてに解答せよ。

V-1 (必須) 以下の文章を読み, 問題に解答せよ。

ある火山は今からおよそ 300 年前に爆発的な噴火を起こした。噴出物は火山体の周辺地域に堆積しており, 火口からほぼ等距離の 2 か所の露頭で詳しく観察することができた。それによると, 噴出物は堆積構造がまったく異なる 3 つの層 (A 層, B 層, C 層) に分かれていた (図 1)。(a)A 層は, 細粒の軽石や火山灰のほか, 粘土を含む層であった。斜交葉理が発達しており, 単層の連続性は悪く, 大きな異質岩片の礫が単層に突き刺さるような状態で含まれていた。B 層は軽石からなる礫支持の層であった。軽石は角張った形状をしており, 粒径はおおむね揃っていた。(b)B 層の層厚は, 2 か所の露頭で大きく異なっていた。(c)C 層は基質支持の堆積物であり, 主に火山灰からなる基質の中に, 丸みを帯びた軽石が含まれていた。また C 層の一部では, 基質から細粒な粒子が失われ, 粗粒な粒子ばかりとなっている領域が鉛直方向に伸びているのが見つかった。これは (ア) と呼ばれ, C 層のような堆積物にしばしば見つかる構造である。

露頭で軽石を採取し, 研究室に持ち帰った。軽石の全岩化学組成を分析したところ, SiO_2 成分が 60 重量%を占める (イ) であることがわかった。軽石の薄片を作製し, 偏光顕微鏡で観察したところ, 斑晶鉱物は, 直方輝石, 単斜輝石, 角閃石, 斜長石, 磁鉄鉱であり, すべて外形は自形であった。(d)直方輝石と単斜輝石の化学組成を分析し, 輝石温度計を適用した結果, 噴火直前のマグマの温度は 870°C と推定された。また, 斜長石斑晶の化学組成を分析したところ, (e)カルシウムに富む長石端成分の割合 (X_{Ca}) は 60 mol%, ナトリウムに富む長石端成分の割合 (X_{Na}) は 40 mol%であった。以上の結果から, マグマ溜まりの圧力はおおよそ (ウ) MPa と推定される。角閃石の斑晶を詳しく観察した結果, 周縁部が細粒の輝石や磁鉄鉱からなる組織に変化しているのが認められた。(f)これはオパサイトと呼ばれ, マグマ上昇時に角閃石が不安定になり, 分解反応を起こすことで形成される物質である。

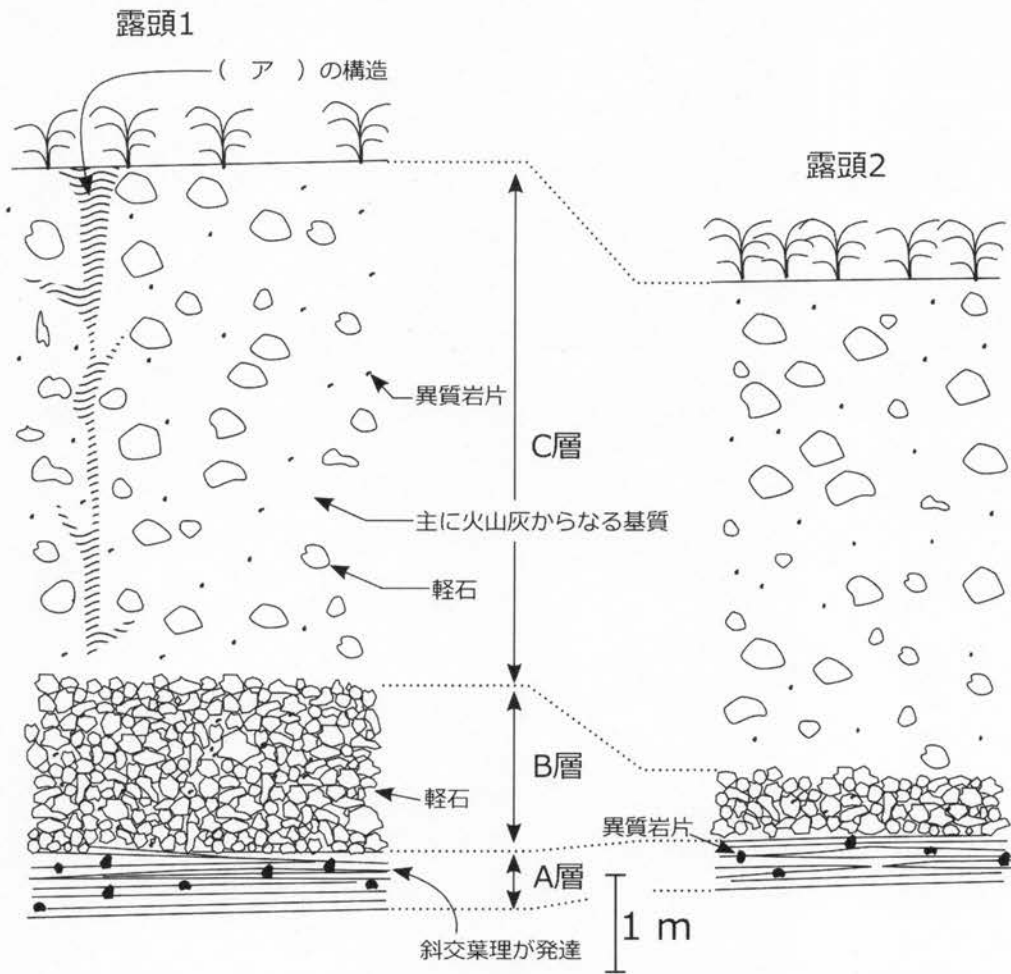


図1 2か所の露頭のスケッチ

問題1 空欄（ア）に当てはまる構造の名称として適当なものを以下から1つ選び，答えよ。

- | | | | |
|--------|----|-----|-----------|
| アプライト脈 | 岩脈 | 熱水脈 | キンバライトパイプ |
| 脱ガスパイプ | 岩床 | 火道 | 溶岩尖塔 |

問題2 空欄（イ）に当てはまる岩石の名称として適当なものを以下から1つ選び，答えよ。

- | | | | | | |
|--------|-------|--------|-------|-----|-------|
| 玄武岩 | 安山岩 | 斑れい岩 | 閃緑岩 | 流紋岩 | かんらん岩 |
| パイロライト | パイライト | パイロクロア | パイロロプ | | |

- 問題 3 下線部(a)について、A層はどのような現象によって噴出物が運搬され、堆積したものであると考えられるか。現象の名称を答えよ。また、その現象の流れの特徴を30字程度で説明せよ。
- 問題 4 下線部(b)について、2か所の露頭は火口からほぼ等距離であるにもかかわらず、B層の層厚が大きく異なるのはなぜか。考えられる要因を1つ挙げ、20字程度で答えよ。
- 問題 5 下線部(c)について、C層はどのような現象によって噴出物が運搬され、堆積したものであると考えられるか。現象の名称を答えよ。
- 問題 6 下線部(d)について、輝石温度計の基本原理を100字程度で説明せよ。ただし、以下の4つの語句をすべて用いること。

平衡状態 Ca-Mg-Fe 交換反応 平衡定数 温度依存性

- 問題 7 表1にはいくつかの斜長石の化学組成が示されている。下線部(e)の化学組成に最も近いのは、次の①～⑤のうちどれか。適切なものを1つ選び、記号で答えよ。ただし、導出過程を示すこと。なお、酸化物のモル質量は、 $\text{SiO}_2 = 60 \text{ g mol}^{-1}$ 、 $\text{Al}_2\text{O}_3 = 102 \text{ g mol}^{-1}$ 、 $\text{CaO} = 56 \text{ g mol}^{-1}$ 、 $\text{Na}_2\text{O} = 62 \text{ g mol}^{-1}$ とする。

表1 斜長石の化学組成

酸化物 (重量%)	①	②	③	④	⑤
SiO_2	60.72	58.12	55.56	53.02	50.51
Al_2O_3	24.85	26.60	28.33	30.04	31.73
CaO	6.30	8.35	10.37	12.37	14.35
Na_2O	8.13	6.93	5.74	4.57	3.40
合計	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

問題 8 図 2 はこの噴火のマグマの相平衡図である。マグマ溜まりが平衡状態にあるとき、空欄 (ウ) に当てはまる数値を推定し、答えよ。ただし、マグマは H_2O に飽和しているとする。

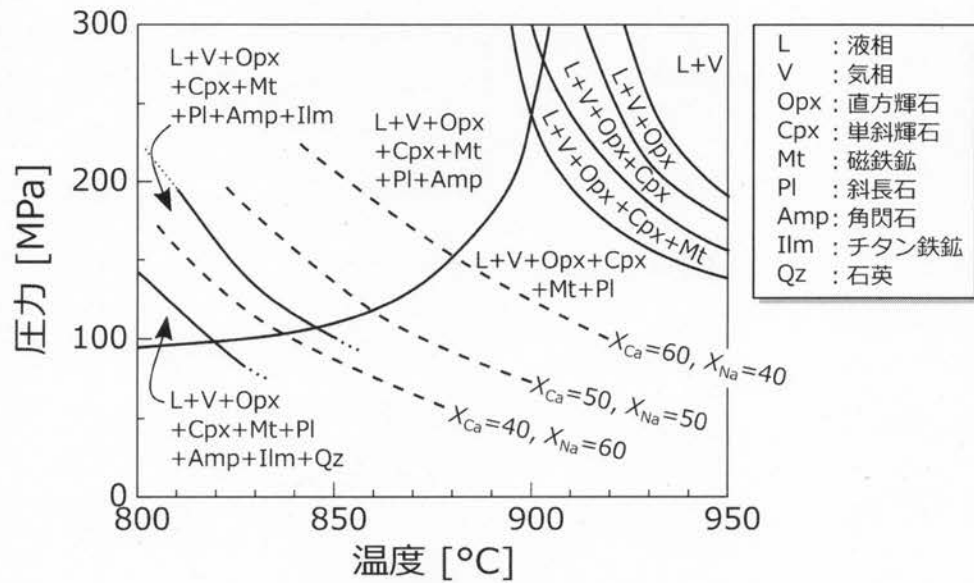


図 2 H_2O に飽和した状態のマグマの相平衡図。破線は斜長石の等組成線であり、 X_{Ca} はカルシウムに富む長石端成分の割合 [mol%]、 X_{Na} はナトリウムに富む長石端成分の割合 [mol%] を表す。

問題 9 下線部(f)について、以下の問いに答えよ。

問 1 マグマが上昇を開始したのち、角閃石斑晶が不安定になりはじめるのはどの深さ [m] か。図 2 をもとに推定し、有効数字 2 桁で答えよ。ただし、マグマの温度は $870^\circ C$ に維持され、上昇中に変化することはないものとする。地殻物質およびマグマの平均密度は $2.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ 、重力加速度は 10 m s^{-2} とする。

問2 図3には、オパサイトのスケッチが示されている。また、図4には、角閃石が不安定な条件で保持されたときの保持時間とオパサイトの幅の関係が示されている。これらの図および問1の結果から、角閃石の分解が始まって以降のマグマの平均上昇速度 $[m s^{-1}]$ のおおよその値を計算し、有効数字2桁で答えよ。

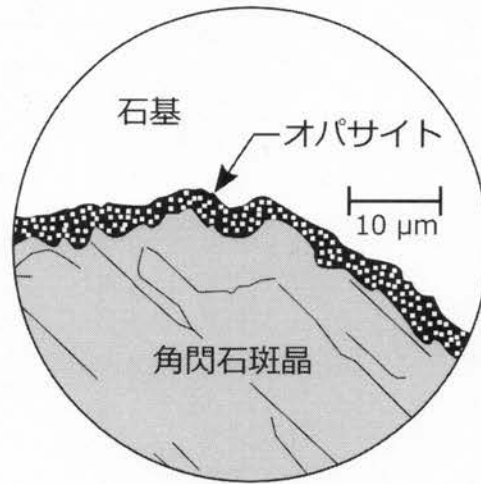


図3 角閃石斑晶の周縁部に形成されたオパサイト

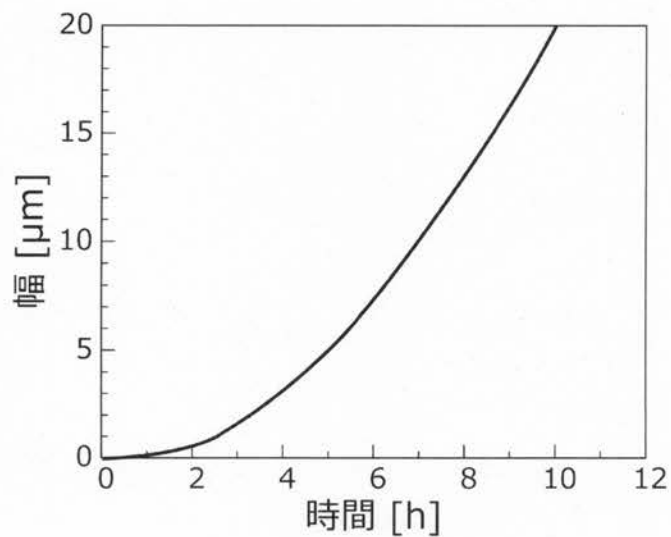


図4 角閃石を不安定条件で保持したときの保持時間とオパサイトの幅の関係

V-2 (必須) 以下の問題に解答せよ。

問題 1 3次元のブラベ格子について、以下の問いに答えよ。

問 1 3次元のブラベ格子のうち、格子点が単位格子の8隅にのみ存在するものを単純格子とよび、その形から7種類に分類される。立方、正方、菱面体、六方以外の3種類の名称を答えよ。

問 2 3次元のブラベ格子には、問1の7種類の単位格子の形のそれぞれに、単純格子の他、底面格子、体心格子、面心格子という複合格子を考えることができる。ところが、面心正方格子などブラベ格子に含まれないものがある。ところどころ、3次元のブラベ格子は合計14種類である。面心正方格子がブラベ格子に含まれない理由を40字程度で答えよ。なお、図を描いて説明してもよい。

問題 2 アルカリ金属の塩化物結晶が有する結晶構造について、以下の問いに答えよ。なお、アルカリ金属の塩化物結晶は、いずれもイオン結晶で剛体球モデルが適用できるとする。

問 1 アルカリ金属の塩化物結晶の多くが有する岩塩型構造のブラベ格子の名称を答えよ。

問 2 Cs, K, Li, Na, Rb (アルファベット順に並べてある) をイオン半径の大きい順に並べ替えて、答えよ。

問 3 KCl, LiCl, NaCl, RbCl (アルファベット順に並べてある) は岩塩型構造を有する。格子定数の大きい順に並べ替えて、答えよ。

問 4 NaF もイオン結晶で岩塩型構造を有する。NaCl と NaF ではどちらの格子定数が大きいと予想できるか、答えよ。

問 5 イオン結晶の剛体球モデルでは、陽イオンがいくつの陰イオンで囲まれるか (配位数) は、陽イオンと陰イオンのイオン半径比で定まる。6配位と8配位が安定になる下限の陽イオン/陰イオンのイオン半径比をそれぞれ有効数字3桁で答えよ。

- 問 6 CsCl は、岩塩型構造ではなく、塩化セシウム型構造とよばれる岩塩型とは異なった結晶構造を有する。CsCl が岩塩型構造を有しない理由を 100 字程度で説明せよ。なお、Cs と Cl のイオン半径はそれぞれ 1.69 \AA , 1.81 \AA である。
- 問 7 塩化セシウム型構造のブラベ格子の名称を答えよ。また、CsCl の格子定数を問 6 に示した Cs と Cl のイオン半径から計算して、有効数字 3 桁で答えよ。
- 問 8 問 7 と同様に岩塩型構造の結晶の格子定数も、それぞれのイオン半径から計算することができる。ところが、粉末 X 線回折パターンから NaCl と KCl の格子定数を測定したところ、NaCl はほぼ計算通りだったのに対し、KCl は計算値のほぼ半分であった。この理由を、X 線が何に散乱されるかに着目して 60 字程度で説明せよ。

V-3 (必須) 以下の文章を読み、問題に解答せよ。

長石は、(a)SiO₄四面体が、そのすべての酸素を隣接する SiO₄四面体と共有して3次元
元的につながるフレームワークを形成し、その隙間に K⁺, Na⁺, Ca²⁺などの陽イオン
が存在する構造をとる。ただし、長石における SiO₄四面体においては、(b)Si の一
部は Al に置換され、Si が 1/4 だけ Al に置換された長石は、(c)KAlSi₃O₈-NaAlSi₃O₈
系列の固溶体を形成する。

問題 1 下線部(a)の SiO₄四面体の結合に関して、以下の問いに答えよ。

問 1 SiO₄四面体同士をつなぐ酸素のことを何というか、答えよ。

問 2 問 1 で答えたような酸素が一つも存在しない構造を、SiO₄四面体の構造に
基づく分類では何というか、答えよ。また、そのような構造を持つ鉱物を
一つ答えよ。

問題 2 下線部(b)について、Al が四面体中の Si の半数を置換した長石の組成と、
鉱物名を答えよ。

問題 3 下線部(c)の KAlSi₃O₈-NaAlSi₃O₈ 系列の固溶体に関して、以下の問いに答
えよ。

問 1 一般的に、固溶体とはどのようなものか、60 字程度で説明せよ。

問 2 この系列の端成分 KAlSi₃O₈ よりもモース硬度が高い鉱物を、以下よりす
べて選んで記号で答えよ。

ア. 燐灰石 イ. トパーズ ウ. 蛍石 エ. 方解石

問題 4 下線部(c)の系列の端成分であるアルバイト (曹長石) $\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$ が、ひすい輝石と石英に分解する反応を考える. この反応について, 以下の問いに答えよ.

問 1 縦軸に圧力, 横軸に温度をとった相図上における, アルバイトとひすい輝石+石英の安定領域の境界の傾きは, この反応における 1 モルあたりの体積変化 ΔV とエントロピー変化 ΔS を用いて

$$dP/dT = \Delta S / \Delta V$$

と表すことができる. 1000 K におけるこの相境界の傾きを, 有効数字 2 桁で求めよ. ただし, アルバイト, ひすい輝石, 石英それぞれの 1 モル当たりの体積 V_0 と, 1000 K におけるエントロピー S_{1000} は表 1 に示す通りである. また, 反応における 1 つの相の体積変化は, 温度によらず一定であるとする.

表 1 アルバイト, ひすい輝石, 石英の熱力学データ

	V_0 (kJ kbar ⁻¹)	S_{1000} (kJ K ⁻¹)
アルバイト	10.010	0.5306
ひすい輝石	6.040	0.3855
石英	2.269	0.1150

問 2 表 1 のアルバイトのエントロピーは Si と Al が規則正しく配置する低温型のものである. 実際のアルバイトにおける Si と Al の配置が, よりランダムなものであったとき, 問 1 で求めた相境界の傾きは, 大きくなるか, 小さくなるか, 変わらないか, 理由とともに答えよ. ただし, Si と Al の配置の違いによる体積変化は無視できるものとする.