

2020年8月22日

令和3年度(令和2年10月入学を含む)
北海道大学大学院理学院自然史科学専攻
(地球惑星ダイナミクス講座, 地球惑星システム科学講座,
および地震学火山学講座)
博士前期(修士)課程入学試験

専門科目試験問題
試験時間 13:00 ~ 16:00

以下の注意事項をよく読むこと。

1. 問題冊子1冊(この冊子), 解答用紙7枚, 草案紙2枚を配布する。
2. 専門科目試験の問題は, I 数学, II 物理学, III 化学, IV 地球科学I (地球史・テクトニクス・堆積学), および V 地球科学II (岩石学・鉱物学)の5分野から出題される。このうち, 2分野を選択して解答せよ。
3. 各分野の出題は, 例えば II-1, II-2 のように, いくつかの問題からなる。解答の方法については, 各分野の問題に与えられている指示をよく読むこと。
4. 解答は, II-1, II-2 などの問題ごとに別々の解答用紙(1枚)を用い, 指定された欄に, 数学などの科目名, II-1 のように問題番号, そして受験番号を記入すること。氏名は記入しないこと。
5. 解答は解答用紙の裏面に及んでもよい。
6. 解答用紙, 草案紙が足りないときは, 試験監督者に申し出ること。
7. 解答用紙は選択した分野ごとに回収する。回収する解答用紙の枚数は, V 地球科学IIは4枚, その他の分野は3枚ずつである。解答の如何に関わらず受験番号を記入し, これらの枚数の解答用紙を必ず提出すること。なお, 3分野以上にわたって提出しないこと。
8. 問題冊子と草案紙, および余った解答用紙は持ち帰ってもよい。
9. 試験時間が終了し, 監督員の指示があるまで退出することはできない。試験時間中, トイレや体調不良がある受験生は挙手の上, 監督員に知らせること。

I 数学

以下の4問 (I-1, I-2, I-3, I-4) から3問を選択して解答せよ。解答にあたっては、結果だけでなく導出過程も記せ。

I-1 (選択)

区間 $-L \leq x \leq L$ (L は正の定数) で定義された実関数 $f(x)$ を次式のようなフーリエ級数に展開することを考える。

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right)$$

以下の問題に解答せよ。

問題1 $f(x)$ の式の両辺に $\cos \frac{m\pi x}{L}$ や $\sin \frac{m\pi x}{L}$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) をかけて、 $-L$ から L まで x について積分することで、フーリエ係数 a_n, b_n が次のように表されることを示せ。

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos \frac{n\pi x}{L} dx \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$
$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx \quad (n = 1, 2, \dots)$$

なお、 m, n が正の整数の時、以下の関係が成り立つことを利用して良い。ただし、 $m = n$ のとき $\delta_{mn} = 1$ 、 $m \neq n$ のとき $\delta_{mn} = 0$ である。

$$\int_{-L}^L \sin \frac{m\pi x}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} dx = 0$$
$$\int_{-L}^L \cos \frac{m\pi x}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} dx = L\delta_{mn}$$
$$\int_{-L}^L \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} dx = L\delta_{mn}$$

問題2 次の関数 $g(x)$ をフーリエ級数に展開し、 $n = 5$ の項まで示せ。

$$g(x) = 1 - \frac{|x|}{L} \quad (-L \leq x \leq L)$$

問題3 問題1で示したフーリエ係数に関し、次の等式が成り立つことを示せ。

$$\frac{1}{L} \int_{-L}^L \{f(x)\}^2 dx = \frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$$

I - 2 (選択)

関数 $u(x, t)$ に関する次の偏微分方程式について考える。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (0 < x < l, t > 0)$$

l と v は正の定数である。 $x=0$ および $x=l$ での境界条件は、

$$\begin{cases} u(0, t) = 0 \\ u(l, t) = 0 \end{cases}$$

で与えられるとする。以下の問題に解答せよ。

問題1 x のみに依存する関数 X と、 t のみに依存する関数 T を用いて、 $u(x, t) = X(x)T(t)$ とおく。これを偏微分方程式に代入し、左辺には x の関数のみ、右辺には t の関数と定数 v を含むようにまとめると、その両辺が共に定数 k となることを示せ。また、関数 X および T に関する常微分方程式を求めよ。

問題2 問題1の常微分方程式について、 $k < 0$ の場合について考える。以下の問いに答えよ。

問1 $X(x) = b_n \sin \frac{n\pi x}{l}$ ($n = 1, 2, \dots$) が、境界条件を満たす X に関する常微分方程式の解となることを示せ。ただし、 b_n は定数である。

問2 T に関する常微分方程式の解を示し、 $u(x, t)$ の一般解を求めよ。

問題3 $t=0$ での初期条件が、 $0 \leq x \leq l$ の区間において、

$$\begin{cases} u(x, 0) = \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right) \\ \left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \end{cases}$$

で与えられる時、 $u(x, t)$ を求めよ。

問題4 問題3の初期条件のとき、 $t=0$, $t = \frac{l}{6v}$, $t = \frac{l}{4v}$, $t = \frac{l}{2v}$ での解 $u(x, t)$ をそれぞれ求めよ。また、 x を横軸に、 u を縦軸にとり、解を図示せよ。

I - 3 (選択)

以下の問題に解答せよ。

問題1 図1(a)のように半径 a の円が点Pにおいて原点Oに接している。図1(b)のように x 軸上を円が滑ることなく θ だけ回転したとき、点Pの座標 (x, y) を θ を用いて表し、 θ が 2π まで回転した時の点Pの軌跡を図示せよ。

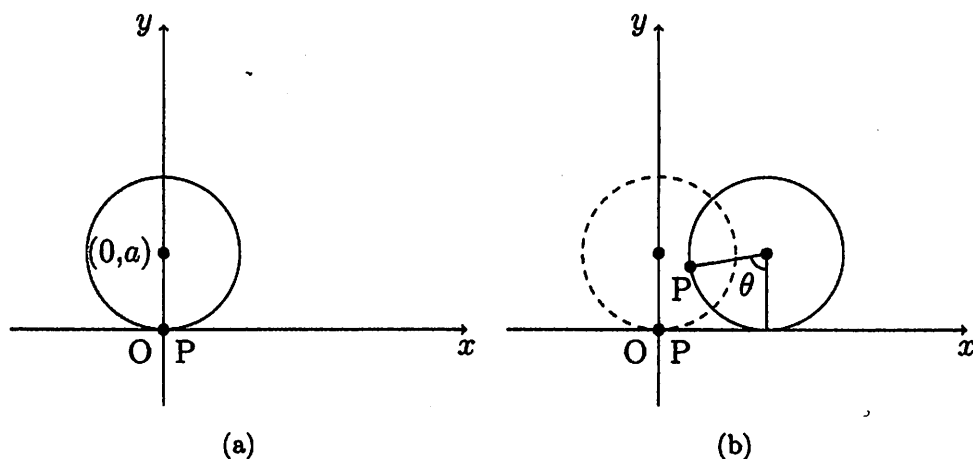


図 1

問題2 F を $x, y, y' (\equiv dy/dx)$ の関数とし、区間 $x_1 \leq x \leq x_2$ で積分した汎関数 $I[y] = \int_{x_1}^{x_2} F(x, y, y') dx$ を考える。二つの固定点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ を通り、 $I[y]$ を最小にする関数 $y = y(x)$ は、オイラーの方程式 $\frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) - \frac{\partial F}{\partial y} = 0$ を満たす。ここで、 $F = \sqrt{\frac{1 + (y')^2}{x}}$ とした時、以下の問いに答えよ。

問1 F がオイラーの方程式を満たすとき、 $y' = \sqrt{\frac{x}{2a-x}}$ となることを示せ。ただし、 a を正の定数とする。

問2 問1で示した式について、 $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲で $x = a(1 - \cos \theta)$ としたとき、 $y = a(\theta - \sin \theta)$ となることを示せ。ただし、 $\theta = 0$ のとき、 $y = 0$ とする。

問3 関数 $y = f(x)$ が点 $(0, 0), (2a, \pi a)$ を通るとき、問1・問2の結果を用いて、 $I[y] = \int_0^{2a} \sqrt{\frac{1 + (y')^2}{x}} dx$ の最小値を求めよ。

I - 4 (選択)

以下の問題に解答せよ.

問題1 次の行列 A について以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

問1 $AP = P \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix}$ を満たす α, β および2次の正則行列 P を求めよ.

問2 A^5 を求めよ.

問題2 次の行列 B について以下の問いに答えよ.

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -4 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

問1 I を単位行列, λ を実数とする. 正方行列 B に対して次の行列式

$$g_B(\lambda) = \det(B - \lambda I)$$

が $g_B(\lambda) = 0$ となるとき, これを行列 B の特性方程式という. 行列 B の特性方程式とその解 λ を全て求めよ.

問2 問1の $g_B(\lambda)$ について, λ の代わりに行列 B で置き換えると零行列 O になる (ケーリー・ハミルトンの定理).

$$g_B(B) = O$$

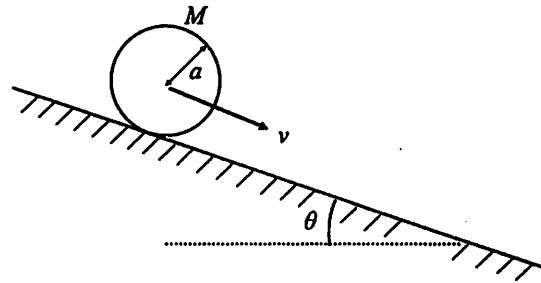
上の式を用いて, $C \equiv B^4 - 4B^3 - B^2 + 6B - 2I$ を求めよ.

II 物理

以下の4問(II-1, II-2, II-3, II-4)から3問を選択して解答せよ。解答にあたっては、結果だけでなく導出過程も記せ。

II-1 (選択)

同じ質量(M)と半径(a)を持つ二つの球があり、一方は均質で、他方は中身が空洞で十分薄い球殻である(以下、球体と球殻と呼ぶ)。外見は同じこの二つを見分けるために、図に示すように、角度 θ の斜面をそれぞれ転がしてみる。この実験に関して以下の問題に解答せよ。なお、斜面に沿った下向き速度は v 、重力加速度は g と表す。紙面と垂直な方向の運動はないとし、どちらの球も斜面と接触部分はすべらないとする。また、空気抵抗は無視する。球体と球殻の慣性モーメントはそれぞれ $\frac{2}{5}Ma^2$, $\frac{2}{3}Ma^2$ である。



図

問題1 球体の運動について以下の問いに答えよ。

問1 重心に対する斜面に平行な方向(下向きを正とする)の並進運動の運動方程式は式(1)、剛体回転の運動方程式は式(2)のように表せる。空欄(ア)と(イ)にあてはまる数式を示せ。ただし、斜面との摩擦力を F 、慣性モーメントを I 、回転の角速度を ω とする。

$$M \frac{dv}{dt} = (\text{ア}) - F \quad (1)$$

$$I(\text{イ}) = Fa \quad (2)$$

問2 球はすべらないため $v = a\omega$ となる。式(1)と(2)を用いて球体の重心の加速度(dv/dt)を求めよ。

問題 2 問題 1 と同様に，球殻の重心の加速度を求めよ。

問題 3 並進エネルギー，回転エネルギー，および位置エネルギーの和を E とする。
以下の問いに答えよ。

問 1 斜面に平行な方向に座標 x を導入し，慣性モーメント I ，斜面に沿った下向き速度 v ，および x の関数として E を表わせ。

問 2 E が保存することから，加速度 (dv/dt) を表せ。

問 3 球体と球殻の慣性モーメントを問 2 の結果に代入すると，問題 1 と問題 2 で求めた加速度とそれぞれ一致することを示せ。

問題 4 問題 1～3 の結果より，球体と球殻を見分ける方法を説明せよ。

II-2 (選択) 以下の問題に解答せよ。

問題1 電流がない真空中におけるマクスウェル方程式は、電場ベクトル E 、磁場ベクトル B 、電荷密度 ρ を用いて以下のように表せる。以下の問いに答えよ。

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1), \quad \nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (2),$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (3), \quad \nabla \times B = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (4)$$

ϵ_0 は真空中の(ア)、 μ_0 は真空中の(イ)、と呼ばれる。電場と磁場が時間変化しない場合、式(1)~(4)は以下のようになる

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (5), \quad \nabla \times E = (\text{ウ}) \quad (6),$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (7), \quad \nabla \times B = (\text{エ}) \quad (8)$$

特に式(1)と(5)は(オ)の法則と呼ばれ、閉曲面 S で囲まれた領域 V において、

$$\iint_S E \cdot n \, dS = \iiint_V \frac{\rho}{\epsilon_0} \, dV \quad (9)$$

と表せる。ただし、 n は S の外向き法線ベクトルである。

問1 (ア)~(オ)にあてはまる適切な数式や用語を答えよ。

問2 内部も一様に静電荷が分布し、全電荷が Q 、半径 a の球がある。このとき球の中心からの動径方向の距離を r として、球内部の動径方向の電場の大きさ E_i と、球外部の動径方向の電場の大きさ E_e が、以下のように表せることを、式(9)を用いて示せ。

$$E_i(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^3} r \quad (10), \quad E_e(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (11)$$

問題2 電位 ϕ と電場には $E = -\nabla\phi$ の関係があり、無限遠の電位を 0 とする。問題1問2の全電荷 Q の球について、以下の問いに答えよ。

問1 球の外部の電位 ϕ_e が以下のように表せることを示せ。

$$\phi_e(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (12)$$

問2 球の内部の電位 $\phi_i(r)$ を求めよ (ヒント: 球の表面($r=a$)で電位が連続でなければならない).

問題3 問題2の結果を参考にして, 以下の問いに答えよ. ただし, 無限遠における電位は0とする.

問1 全電荷 q の球に対して, その大きさが無視できるほど十分離れた場所に作る電位を考える. 座標 $x_1=(d, 0, 0)$ の位置にこの球を置いた時, 任意の位置 $r=(x, y, z)$ での電位 $\phi(x, y, z)$ を求めよ.

問2 問1の球に加えて, 全電荷 $-q$ の球を座標 $x_2=(-d, 0, 0)$ の位置に置く. この時, 任意の位置 $r=(x, y, z)$ での2つの球が作る電位 $\phi(x, y, z)$ を求めよ.

問3 問2で求めた二つの電荷が作る電位は, d が無視できるほど十分に離れた任意の位置 $r=(x, y, z)$ では, 式(13)のように表せることを示せ.

$$\phi(x, y, z) = \frac{2qdx}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (13)$$

ただし, $r=|r|$ は原点から十分に遠い($d/r \ll 1$)ことから, b を任意の定数と

して $(1 \pm b \frac{d}{r^2})^{-\frac{1}{2}} \cong (1 \mp \frac{b d}{2 r^2})$ という近似が成り立つことを用いてよい.

II-3 (選択) 以下の問題に解答せよ.

問題1 0°C の質量 m_1 の氷と, 100°C の質量 m_2 の水蒸気があり, これを接触させる. 以下の問いに答えよ. ただし, 周囲とは理想的な断熱材に囲まれて熱のやり取りはないとし, 2つの間の熱の移動は十分にゆっくりであるとする. 氷の単位質量あたりの融解熱を q_i , 水蒸気の単位質量あたりの気化熱を q_v , 水の比熱は温度によらず一定で C_p とする. また, 最終状態はすべて水になるものとし, 氷などからの体積変化は無視できるとする. 0°C は絶対温度 273K とする.

問1 氷と水蒸気を接触すると, どちらもある温度 T_e となって平衡状態に達する. 温度 T_e を答えよ.

問2 氷が融解して 0°C の水になった場合のエントロピーの変化量を, 符号も含めて答えよ.

問3 同じ質量 m の 0°C と 100°C の水が接触して時間が十分経過すれば, 50°C の水となる. このとき, 全体のエントロピーの正味の変化量を答えよ.

問題2 あるバネを温度一定の条件で x だけ伸ばすと, 生ずる張力は係数 k に比例する. ただし, k は温度に依存するが, バネそのものの熱膨張の効果は無視できるとする. このとき, 以下の問いに答えよ.

問1 x から微小量 dx だけより伸ばした場合, バネに与えられる仕事量を答えよ.

問2 このバネのヘルムホルツの自由エネルギーの微小変化量 dF を答えよ. さらに, これを用いて自由エネルギー F の表現, すなわち温度 T とバネの伸び x の関数としての形を答えよ. ただし, $x=0$ の時の未定定数を $F(T, 0)$ と表すものとする.

問3 問2 で求めた dF および F を用いて, このバネのエントロピー S を T および x の関数として答えよ.

問4 このバネの内部エネルギー U の表現を答えよ. また, 問2 の F の表現と比較して, それぞれの項の意味を簡単に説明せよ.

II-4 (選択)

慣性空間に静止している2次元 x - y 平面に対して、その原点の周りを一定の角速度 $\Omega (>0)$ で回転する x' - y' 座標系を考える。質量 m の質点の時刻 t での位置を $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z=0)$ とし、この場のポテンシャルエネルギー U は時間変化せず、位置のみの関数とする。以下の問題に解答せよ。

問題1 x - y 座標系での質点のラグランジアン L 、およびその運動方程式を答えよ。また、質点の全エネルギー E を答えよ。(ヒント: 速度ベクトルと運動量ベクトルを \mathbf{v}, \mathbf{p} とすると、 $E = \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} - L$)

問題2 x' - y' 座標系での速度ベクトル \mathbf{v}' と、 x - y 座標系での速度ベクトル \mathbf{v} との関係を答えよ。(ヒント: 位置ベクトル $\mathbf{r} = (x, y, z)$ と回転ベクトル $\boldsymbol{\Omega} = (0, 0, \Omega)$ との外積を用いるか、以下の回転行列を用いた変換によって求めることができる。)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Omega t & \sin \Omega t \\ -\sin \Omega t & \cos \Omega t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

問題3 x' - y' 座標系での質点のラグランジアン L' を求めよ。

問題4 問題3のラグランジアンから x' - y' 座標系での運動方程式を求めよ。必要に応じて、以下のベクトル解析の公式を利用しても良い:

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}), (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{D}) = ((\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{C}) \cdot \mathbf{D}$$

問題5 問題4の結果を用いて、 x' 軸上の正の位置からこの軸の正方向に動く質点について、 x' - y' 座標系でのコリオリ力、および遠心力の方向を答えよ。

問題6 x' - y' 座標系での質点の運動量ベクトル \mathbf{p}' を求めよ。また、質点の全エネルギーを求め、問題1の結果と比べて新たに追加された項が問題5のどの力と関係しているか、説明せよ。

Ⅲ 化学

以下の3問(Ⅲ-1, Ⅲ-2, Ⅲ-3)すべてに解答せよ。解答にあたっては、結果だけではなく導出過程も記せ。

Ⅲ-1 (必須) 以下の問題にすべて解答せよ。

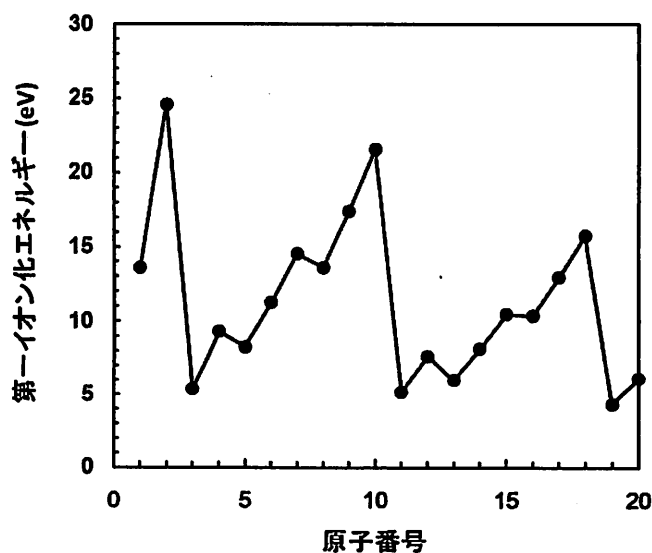
問題1 次の図は、原子番号1から20までの第一イオン化エネルギーを示したものである。以下の問いに答えよ。

問1 イオン化エネルギーとは何か。40字程度で説明せよ。

問2 原子を構成する電子はあるルールに従って電子軌道上に存在している。電子軌道は、最内殻軌道から順に1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 3d, 4s, 4p, 4d, 4f, ... といった順序で記述される。1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, 4p, 4d軌道に入ることができる電子の数をそれぞれ答えよ。

問3 図に示すように、原子番号3から10, 11から18の範囲では、原子番号の増加とともに第一イオン化エネルギーが増加する傾向にある。この理由を40字程度で答えよ。

問4 図に示すように、原子番号が2と3, 10と11, 18と19の間では、それぞれ第一イオン化エネルギーが大きく減少している。この理由を、それぞれの原子の電子配置を考慮して70字程度で答えよ。



問題 2 次の表は水素の原子スペクトル線の波長 λ とそれに対応する m という整数との関係を示したものである。この関係は発見者にちなんでライマン(Lyman)系列と呼ばれている。ライマン系列をはじめ、水素原子のスペクトル系列にはいくつかのグループがあった。リュードベリ(Rydberg)はそれらの関係から以下の式を提案した。

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (1)$$

ライマン系列の場合、 n は 1 で、 $m = 2, 3, 4, \dots$ である。また、 R はリュードベリ定数と呼ばれている。以下の問いに答えよ。

m	$\lambda^{-1} (\text{cm}^{-1})$
2	82259
3	97492
4	102823
\vdots	\vdots

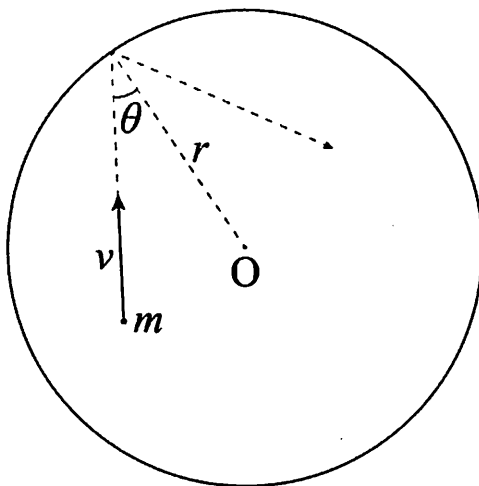
問 1 リュードベリ定数 R を有効数字 3 桁で答えよ。

問 2 リュードベリ定数と以下の数字を用いて、水素原子 1 mol あたりのイオン化エネルギーを有効数字 2 桁で答えよ。プランク定数: 6.6×10^{-34} J s, アボガドロ定数: $6.0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, 光速: $3.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ 。

問 3 リュードベリの式(1)の n, m は量子論的にどのような意味を持つか、答えよ。

Ⅲ-2 (必須) 以下の問題にすべて解答せよ。

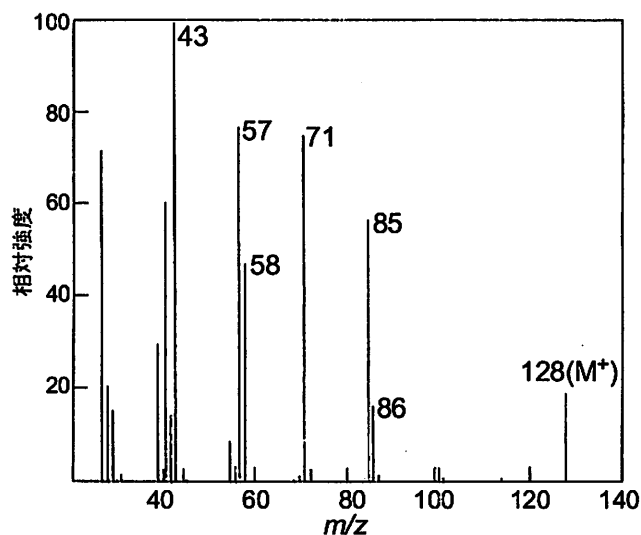
半径 r の球形容器の中に単原子分子の理想気体が入っており、気体分子は器壁と弾性衝突をする。気体分子どうしの衝突はないものとし、分子の質量を m とする。ある分子の速さは v 、入射角は下図のように θ であった。容器内の圧力 P 、分子数 N 、絶対温度 T 、体積 V 、アボガドロ定数 N_A 、気体定数 R とする。



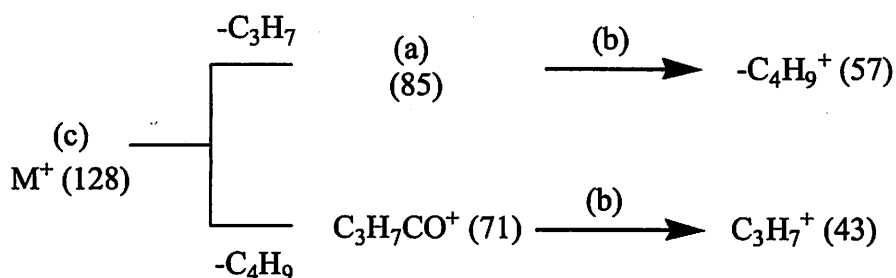
- 問題 1 理想気体の状態方程式を示せ。
- 問題 2 この分子が器壁に 1 度衝突したときに、器壁に与える力積の大きさを求めよ。
- 問題 3 この分子が時間 t の間に器壁に衝突する回数を求めよ。
- 問題 4 容器内の全気体分子の平均 2 乗速度を $\overline{v^2}$ とする。容器内の気体分子が器壁に及ぼす力の大きさを求めよ。
- 問題 5 容器内の圧力 P を、 $\overline{v^2}$ を用いて表せ。
- 問題 6 理想気体の状態方程式と比較することにより、気体分子の運動エネルギーの平均値を、ボルツマン定数 k を用いて表せ。

Ⅲ-3 (必須) 以下の問題にすべて解答せよ。

問題1 化合物Aの同定のために質量分析した結果、下図のようなマスペクトルを得た。下の文章を読み、次の問いに答えよ。



マスペクトルで最大強度のピークを基準ピークと呼ぶが、それは m/z 43 である。また、 m/z 128 のピークは (①) と呼ばれ、 m/z 値が化合物の分子量と等しくなる。この化合物Aの測定から得られたマスペクトルから、それぞれのイオンの生成機構を考察すると、 m/z 43 のピークは $C_3H_7^+$ の m/z に対応し、娘イオン $C_3H_7CO^+$ から (②) が脱離して $C_3H_7^+$ が生成することを示している。同様のイオン開裂は (a) でも起こるはずであり、 $C_4H_9^+$ に相当する m/z 57 の強いピークが存在する。この開裂のイオン種間の (③) としてまとめると次のようになる。



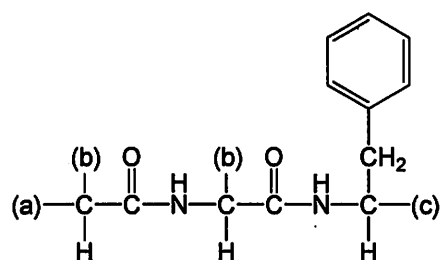
問1 上記のスペクトルとイオン生成機構の説明文の空欄に入る語句①～③とイオン式(a)～(c)を答えよ。

問2 化合物Aの構造を推定し、構造式を示せ。また、化合物名を答えよ。

問3 ^{18}O で標識した化合物 A を質量分析した際に生じるマススペクトルにおいて、もとの化合物 A のマススペクトル (前ページの図) と異なる質量数をもつ主要なピークの m/z をすべて答えよ。

問題2 次の文章を読み、以下の問いに答えよ。

アミノ酸は分子内に酸性の (①) 基と塩基性の (②) 基をもち、結晶中では (①) 基の水素イオンが (②) 基に移動して、(③) イオンになっている。アミノ酸の分子間で (①) 基と (②) 基が (④) したものを特にペプチド結合という。アミノ酸は水溶液中では数種類のイオンが平衡状態をつくって存在するが、水溶液の pH を変えたときに電荷が 0 になる pH を (⑤) という。以下の化合物 B はグリシン 2 分子とベンゼン環を含むアミノ酸 (フェニルアラニン) 1 分子が (④) したトリペプチドである。



アミノ酸の重合化、つまりペプチド生成に関連した化学進化において海底熱水系が注目されている。ペプチド生成は (④) 反応なので水溶液では起こりにくいが、一方で (⑥) 反応なので海底熱水系のような高温の水溶液中では促進されると考えられる。また、(i)ジペプチドの環状化によって生じるジケトピペラジンは、より高温の海底熱水系において主要成分として存在する。これは化学進化における重要な過程を示している可能性がある。

問1 空欄①～⑥に入る語句を答えよ。

問2 上図の(a)～(c)に入る原子または原子団を答えよ。

問3 上記の化合物 B を構成するアミノ酸 3 分子からなるトリペプチドの異性体をすべて構造式で示せ。光学異性体も含めよ。

問4 グリシン 2 分子およびグリシンとフェニルアラニンからなるジペプチドが変化して生じるジケトピペラジンの構造式をそれぞれ示せ。

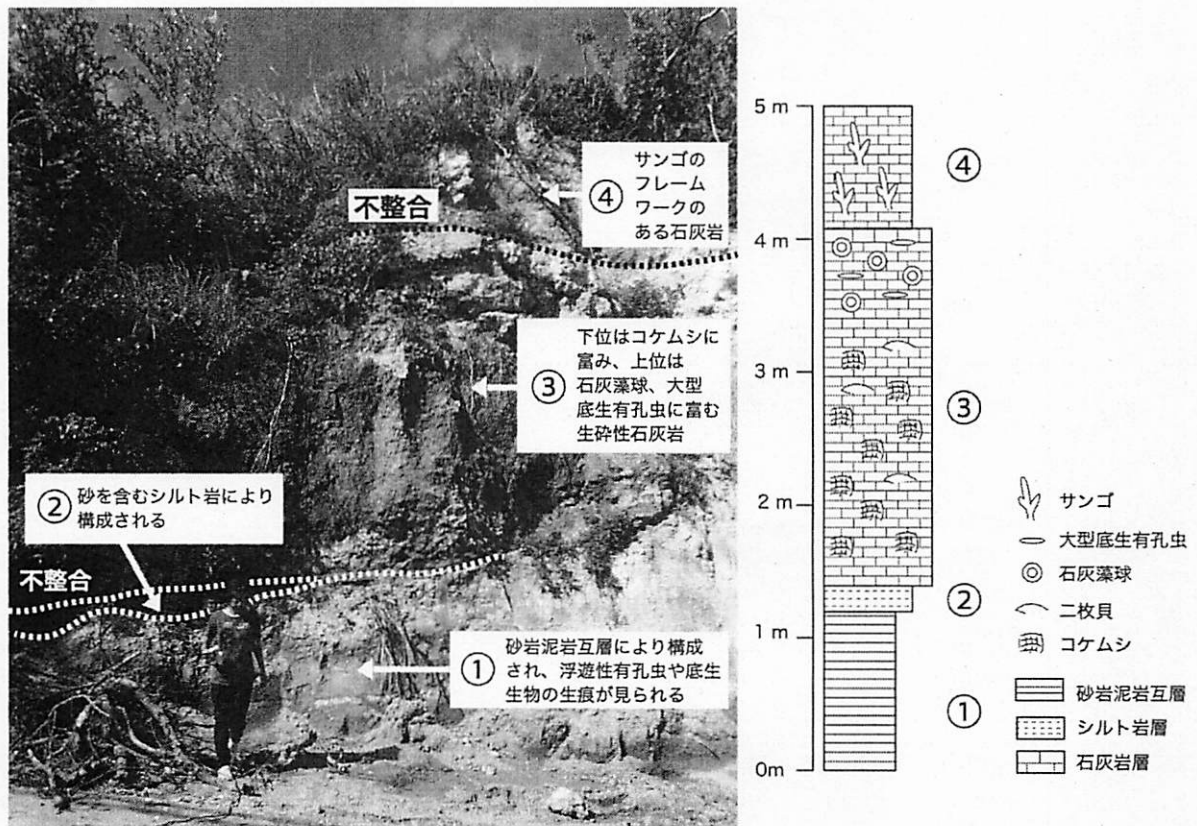
問5 下線(i)で示されることの理由を 30 字程度で説明せよ。

IV 地球科学 I

以下の3問 (IV-1, IV-2, IV-3) すべてに解答せよ。

IV-1 (必須) 以下の文章を読み, 問題に解答せよ。

図は琉球列島のある地点における野外の露頭写真とその柱状図であり地層の下から砂岩泥岩互層 (①), シルト岩層 (②), 石灰岩層から構成されている。砂岩泥岩互層中の泥岩には外洋性の浮遊性有孔虫や穿孔性の生物による生痕化石が産出され, シルト岩層は石灰質で砂を含んでいた。石灰岩層は, 岩相によって下部 (③) と上部 (④) に区分され, 下部の石灰岩層は, コケムシに富む層準から石灰藻球や大型底生有孔虫の化石に富む層準へと変化していた。上部の石灰岩層は造礁サンゴを主体とするフレームストーンであった。



問題 1 砂岩泥岩互層 (①) の岩相と産出された化石から推定される堆積環境を 50 字程度で述べよ。

問題 2 上部石灰岩層 (④) に多産する造礁サンゴから推定される当時の環境を 20 字程度で答えよ。また, このような化石を一般に何というか答えよ。

- 問題 3 下部石灰岩層 (③) はハンマーで叩いたところ非常に硬く、その岩石試料を実験室に持ち帰って調べたところカルサイトとドロマイトが検出された。一方で、上部石灰岩層 (④) は未固結で、ハンマーで叩くと軟らかく構成粒子の鉱物は主にアラゴナイトからなることがわかった。これらのことから推定される上部と下部の石灰岩層の成因の違いを 100 字程度で述べよ。
- 問題 4 砂岩泥岩互層 (①) とシルト岩層 (②) の境界部の年代は両者から産出された微化石の群集組成を用いて決定された。このような化石のことを一般に何というか答えよ。また、その性質を 20 字程度で述べよ。
- 問題 5 この露頭から推測されるこの地域の地史および環境の変遷を 200 字程度で述べよ。

IV-2 (必須) 以下の文章を読み、問題に解答せよ。

図はある地域のルートマップを地形図に示したものである。曲線は等高線で、等高線上の数字は標高 (m) を示す。本地区は花こう岩とそれを不整合で被覆する海成の堆積岩層で構成される。堆積岩層は、下位より①れき岩層、②砂岩層、③泥岩層、④凝灰岩層および⑤砂岩泥岩互層が重なる。調査地域を通して地層の走向・傾斜はすべてEW30°Sで同一である。また、地層の傾斜方向に上位層が重なる。さらに、B沢とC沢における③泥岩層と④凝灰岩層の地層境界は、NS走向で垂直な断層の活動によって、地層の走向と垂直方向に150m変位している。なお、A沢、B沢およびC沢において、③泥岩層と④凝灰岩層の地層境界が観察された地点の標高はすべて同一で、50mである。

問題1 ③泥岩層と④凝灰岩層の地層境界は、断層の西側でどのように追跡されるか、破線a~dの内正しいものを選び、その記号を答えよ。

問題2 ⑤砂岩泥岩互層はその堆積構造の特徴からタービダイトと判断された。地層の上下判定に用いることが出来る、タービダイトの堆積構造を2つ答えよ。また、これらの堆積構造が出来る過程をそれぞれ50字以内で答えよ。

問題3 B沢において③泥岩層は走向と垂直方向に地形図上で200mの距離にわたって露出している。泥岩層の厚さを答えよ。ただし、泥岩層とその上位の④凝灰岩層との境界は50mの標高で観察された一方、下位の②砂岩層との境界は100mの標高で観察されたことに注意せよ。ただし、 $\sqrt{3} \approx 1.73$ とし、有効数字3桁で答えよ。

問題4 断層には鉛直方向の条線(断層すべりの跡)が認められた。断層すべりにより断層の東側の岩盤は西側の岩盤に対して上昇したか、下降したかを答えよ。また、断層のすべり方向に平行な真の変位量を有効数字3桁で答えよ。

問題5 ③泥岩層の中からモノチスの化石が発見された。この事実に基づき、泥岩層の地質年代を紀で答えよ。

問題6 ①れき岩層、②砂岩層および③泥岩層は浅海成層で、海岸付近から大陸棚で堆積した。地層がこの順序で堆積していることに基づき、当時の海面は時間とともに上昇したか、低下したかを答えよ。また、この層序は海面の時間変化とともにどのように形成されたか、堆積盆地の南北方向の断面図と堆積する地層を模式的に描いて100字程度で説明せよ。なお、海面とその時間変化も図中に示せ。

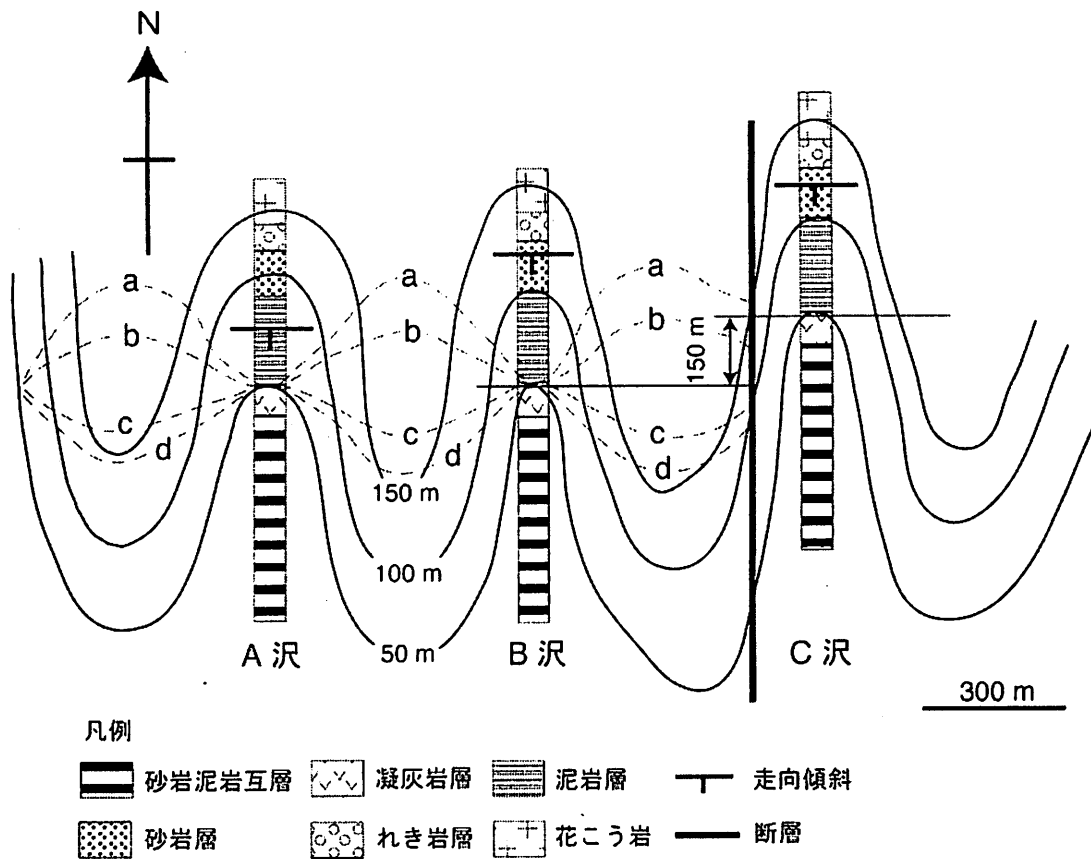


図 ある地域のルートマップ

IV-3 (必須) 以下の文章を読み、問題に解答せよ。

北アメリカでは、同心円状に地層が追跡される堆積盆地がある。五大湖地域にあるミシガン盆地はその一つの例であり、図1にその地質図を示す。図2は、ミシガン盆地のブーゲー重力異常を示す。

問題1 一般的に、山脈のブーゲー異常は正か負か、およびその理由を50字程度で答えよ。

問題2 図1で示すように、ミシガン盆地では同心円状に追跡される地層の年代が異なる。地層は同心円の中心に向かって古くなるか、新しくなるかを答えよ。この事実に基づき、堆積盆地の地下構造と時間発展について考えられることを100字程度で述べよ。

問題3 図2に基づき、ミシガン盆地の下の質量異常と地下構造について推察出来ることを150字程度で答えよ。

問題4 図3にある情報を使用し、盆地下で上昇した異常マンツルの密度を計算せよ。アイソスタシーが成立していることを仮定する。計算方法も示すこと。

問題5 ミシガン堆積盆地のテクトニックな形成過程を150字程度で説明せよ。

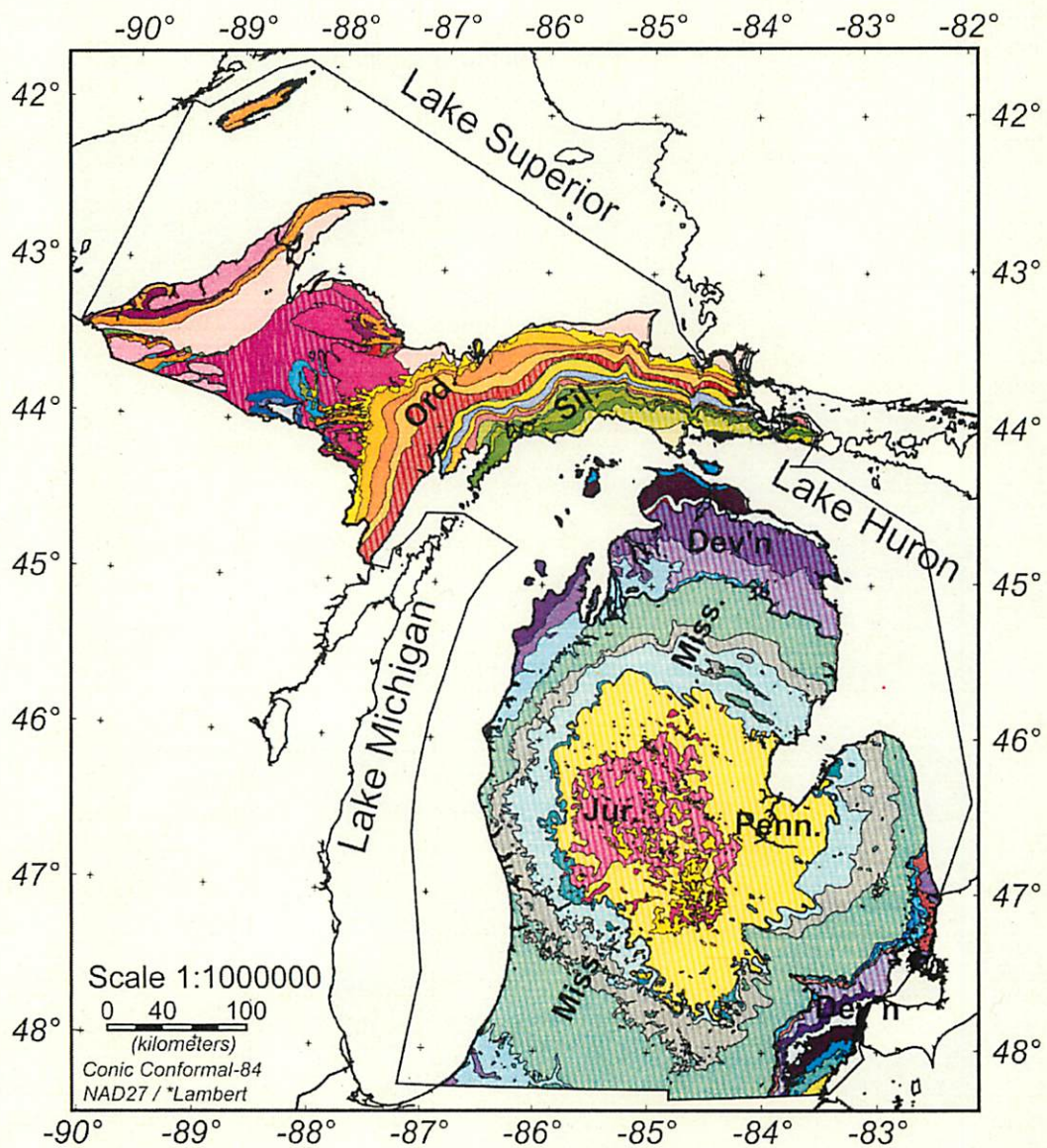


図1 ミシガン盆地の地質図. Jur: ジュラ紀, Penn: ペンシルベニア紀, Miss: ミシシッピ紀, Dev'n: デボン紀, Ord: オルドビス紀, Sil: シルル紀 (From William F. Cannon et al., USGS Open-File Report 97-455, version 3, 1999)

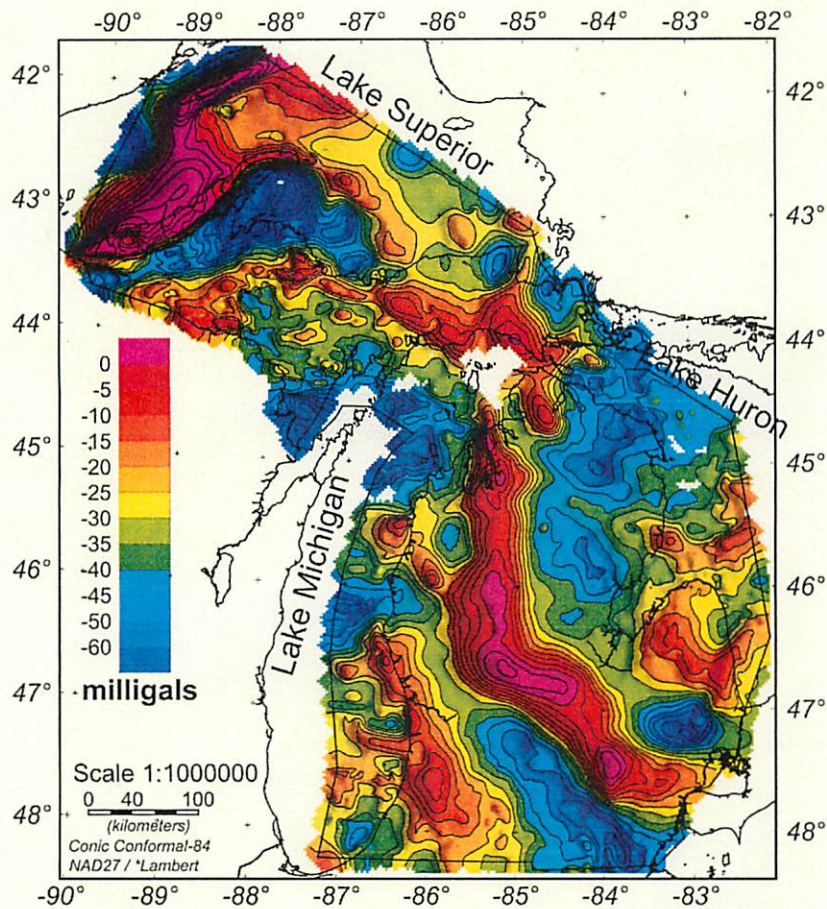


図2 ミシガン盆地のブーゲー異常 (From David L. Daniels et al., USGS Data Report 97-455, version 1, 2009)

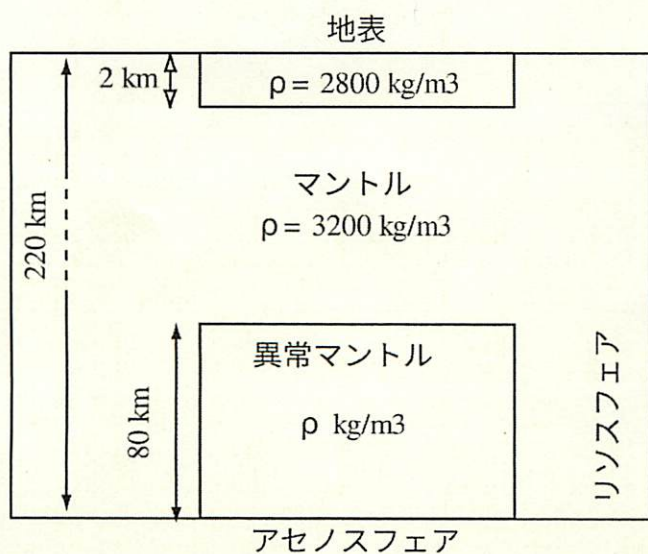


図3 大陸内盆地の下の密度図解. 縦軸のスケールは誇張している. ρ は密度を示す.

V 地球科学 II

以下の4問 (V-1, V-2, V-3, V-4) すべてに解答せよ。

V-1 (必須) 以下の文章を読み, 問題に解答せよ。

2004年9月, 米国のセントヘレンズ火山は18年ぶりに活動を再開した。9月23日午後, 山頂火口の直下で火山性地震が発生し, その規模は日々増加していった。9月29日には火口内の地表の一部が著しく隆起した。10月1日には小規模な爆発が観測された。噴煙の最大温度はおよそ160℃であったことから, この噴火は (ア) 噴火であったと考えられている。当時, 山頂には大量の積雪があったため, もし高温のマグマが噴出すると, (a) きわめて深刻な災害が発生する可能性があった。

10月11日, 山頂火口内に高さ30m, 幅60mのヒレ状の溶岩尖塔が出現した。この溶岩尖塔の表面には, 鉛直方向の擦痕が発達していた。また, 表面から内側3mまでは岩石は激しく破壊されており, 断層岩の一つである (イ) によく似た岩相を示していた。斑晶鉱物には, マグマ溜まりのメルトを捕獲した物質であるメルト包有物が含まれ, (b) そのH₂O濃度は3.0重量%であった。 石基には, 長さ数10μmで, 骸晶状や樹枝状の形態をもつ微結晶 (マイクロライト) が大量に含まれていた。この微結晶は, (c) マグマ上昇中, 温度はほぼ一定であったにもかかわらず, 強い過冷却状態が生じたことにより形成されたと考えられる。 そして, 微結晶の量が増加し, 火道浅部でほぼ固体状態となったマグマ塊は, 火道壁との摩擦によって (d) 剪断応力を受け, 激しく破壊されながら地表に現れたものと考えられている。

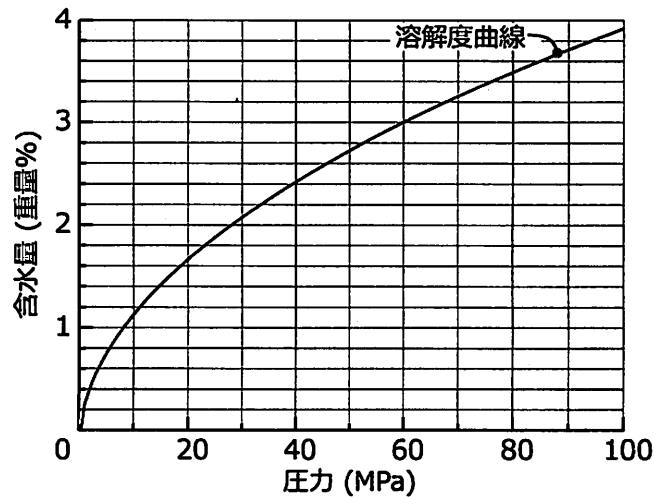
問題1 空欄 (ア), (イ) にあてはまる適切な語句を以下の語群から選び答えよ。

ハワイ式 水蒸気 カタクレーサイト アグルチネート
砂漠の薔薇 パホイホイ溶岩 ペレーの毛 ペグマタイト

問題2 下線部(a)について, どのような災害が発生するか, 答えよ。

問題3 下線部(b)について、以下の問いに答えよ。ただし、メルト包有物中の揮発性成分は、噴火の途中で失われることはないものとする。

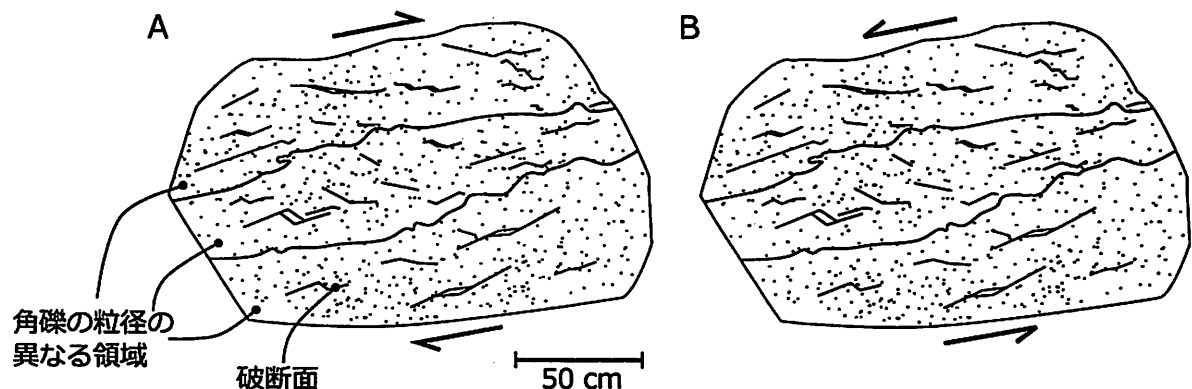
問1 マグマが H_2O に飽和し、常に水蒸気を含んでいると仮定した場合、マグマ溜まりの圧力 [MPa] はいくらになるか、おおよその値を答えよ。ただし、メルト中の H_2O の溶解度曲線は次の図で表される。



問2 マグマ中のガスは、実際には H_2O と CO_2 の混合ガスであった。このとき、真のマグマ溜まりの圧力は、問1で推定したマグマ溜まりの圧力に比べて高いか、低いか、変わらないか、答えよ。

問題4 下線部(c)について、どのような仕組みで過冷却状態が作られるか、60字程度で答えよ。

問題5 以下の図は、溶岩尖塔の岩石ブロックのスケッチである。下線部(d)について、剪断応力の方向を示す矢印が正しく描かれているのはAとBのどちらか、記号で答えよ。



V-2 (必須) 珪長質岩に関する以下の問題に解答せよ。

問題1 ある深成岩 A は，斜長石，石英，アルカリ長石，黒雲母から構成され，それらの重量比は 45 : 30 : 15 : 10 であった。この岩石について，以下の問いに答えよ。

問1 図1は，斜長石，石英，アルカリ長石の構成量比に基づく珪長質な深成岩の分類図である。この図をもとに，深成岩 A の正式名称を答えよ。ただし，各鉱物の構成量比は重量比と等しいとしてよい。

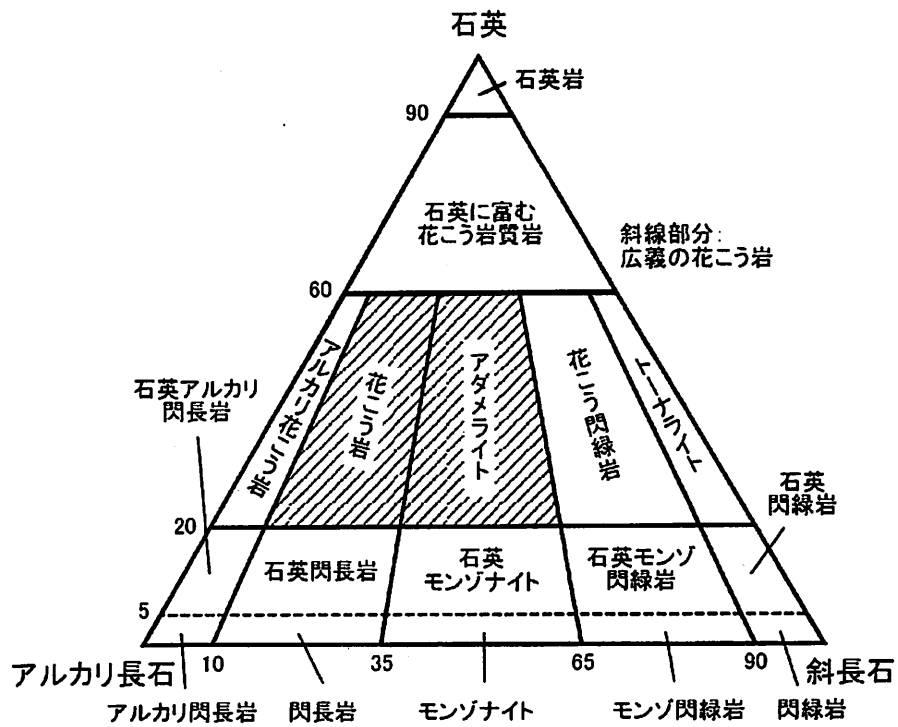


図1 珪長質な深成岩の分類図 (周藤・小山内 (2001) を一部改変)

問2 深成岩 A の色指数を答えよ。ただし，色指数の算出に使用する鉱物の構成量比は，重量比と等しいとしてよい。

問3 斜長石，石英，アルカリ長石，黒雲母の SiO₂ 含有量が，それぞれ 55 重量%，100 重量%，65 重量%，40 重量%であるとするととき，深成岩 A の SiO₂ 含有量 (重量%) を求めよ。

問4 深成岩 A の岩石薄片を偏光顕微鏡の開放ニコルで観察した際，強い多色性を示す鉱物を全て答えよ。

問題2 ある珪長質な深成岩について、構成鉱物である斜長石 (pl) とアルカリ長石 (akfs) を対象に、Rb-Sr 法を用いて結晶化年代を決定する。これらの鉱物は $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ 比が均一であるメルトから同時に晶出し、結晶化以降は各鉱物内で Rb と Sr について閉鎖系が保持されていたとする。この場合、 t 年が経過した現在の $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ 比は、それぞれ

$$(^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr})^{\text{pl}} = (^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr})_i^{\text{pl}} + (^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr})^{\text{pl}} (e^{\lambda t} - 1) \quad (1)$$

$$(^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr})^{\text{akfs}} = (^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr})_i^{\text{akfs}} + (^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr})^{\text{akfs}} (e^{\lambda t} - 1) \quad (2)$$

と表すことができる。両式の右辺第一項は $t=0$ における初生比、第二項の $^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$ 比は現在の比、 λ は ^{87}Rb の壊変定数 ($= 1.42 \times 10^{-11} \text{ year}^{-1}$) である。以下の表に示す各鉱物の $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ 比と $^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$ 比の分析値、および図2のグラフを利用して、おおよその結晶化年代を求めよ。

	$^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$	$^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$
斜長石 (pl)	0.70824	0.0095
アルカリ長石 (akfs)	0.71212	0.3975

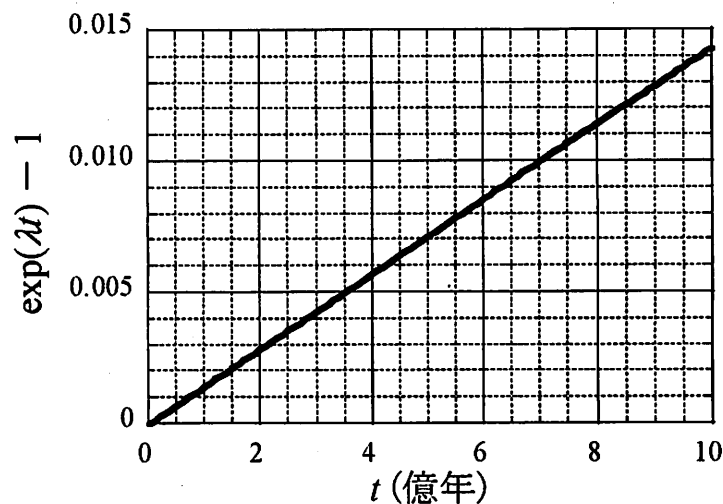


図2 $e^{\lambda t} - 1$ と t の関係

問題3 図3は、珪長質な組成を有する系の2 kbarにおける状態を示した相平衡図である。この図に関する下の問いに答えよ。

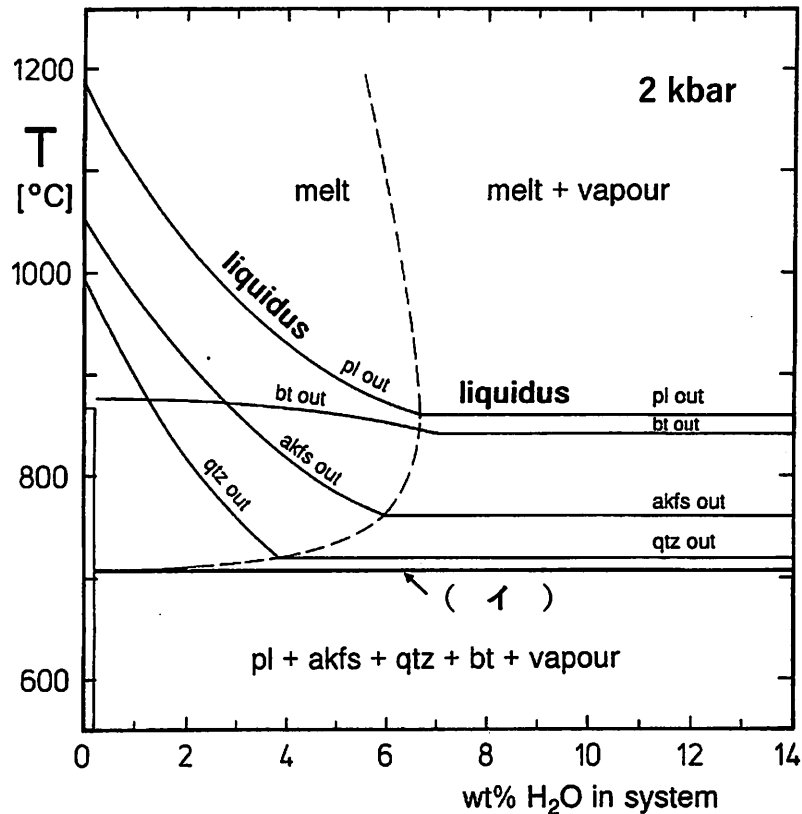


図3 珪長質組成の系の状態図 (Johannes & Holtz (1996) を一部改変). plは斜長石, akfsはアルカリ長石, qtzは石英, btは黒雲母を表す。

- 問1 図3中の空欄(イ)に入る適切な語句を答えよ(日本語でもよい)。
- 問2 含水量が4重量%であるメルトが1200 °Cから冷却するとき、最初に晶出する固相の鉱物名、および、おおよその晶出温度を答えよ。
- 問3 含水量が2重量%である岩石が600 °Cから加熱されるとき、最初に消滅する固相の鉱物名、および、おおよその消滅温度を答えよ。
- 問4 1100 °Cの条件におけるメルトのおおよその飽和含水量(重量%)を答えよ。
- 問5 マグマに斜長石とアルカリ長石のみが晶出している場合、このマグマの含水量(重量%)として考えられる、おおよその範囲を答えよ。

V-3 (必須) 以下の問題に解答せよ.

問題1 以下の Nickel and Grice (1998) から一部抜粋した鉱物の定義に関する文章を読み、問いに答えよ. なお、解答は日本語でよい.

A mineral substance is (a) a naturally occurring solid that has been formed by geological processes, either on earth or in extraterrestrial bodies. A mineral species is a mineral substance (b) with well-defined chemical composition and crystallographic properties, and which (c) merits a unique name.

問1 下線部(a)について、例外である鉱物を1つ答えよ.

問2 下線部(b)中の well-defined chemical composition について、ある火成岩に含まれていた鉱物の化学組成を定量分析したところ、

$\text{SiO}_2=40.1$ 重量%, $\text{MgO}=45.4$ 重量%, $\text{FeO}=14.5$ 重量%

であった. 酸素数を 12 としたときの、この鉱物の組成式を答えよ. また、組成式に基づき、この鉱物が属する鉱物グループ(族)は何か、答えよ. ただし、分子量は $\text{SiO}_2=60$, $\text{MgO}=40$, $\text{FeO}=72$ とする.

問3 下線部(b)について、鉱物を定義するためには well-defined chemical composition だけでなく crystallographic properties が必要な理由を、30 字程度で答えよ.

問4 下線部(c)について、一般的に鉱物種名には接尾語として和名では「～石」「～鉱」、英名では「～ite」がつけられる. 一方、黒曜石、bauxite (ボーキサイト) はそれぞれ「～石」, 「～ite」が付いているが、鉱物種名ではない. 黒曜石、bauxite が鉱物種でないことを、鉱物の定義の観点からそれぞれ 50 字程度で答えよ.

問題2 以下の表は、 CaCO_3 の化学組成を持つ方解石とアラレ石の 298 K, 0.1 MPa におけるエントロピー S^0 、ギブス自由エネルギー G^0 、モル体積 V^0 である。これらの値を用いて、以下の問いに答えよ。なお、各相におけるエントロピーとモル体積は温度圧力条件に関わらず一定とする。

	$S^0(\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1})$	$G^0(\text{kJ mol}^{-1})$	$V^0(\text{cm}^3 \text{mol}^{-1})$
方解石	92.7	-1129.3	36.9
アラレ石	88.6	-1128.3	34.2

問1 298 K, 0.1 MPa の条件で熱力学的に安定なのは、方解石とアラレ石のどちらか、理由とともに答えよ。

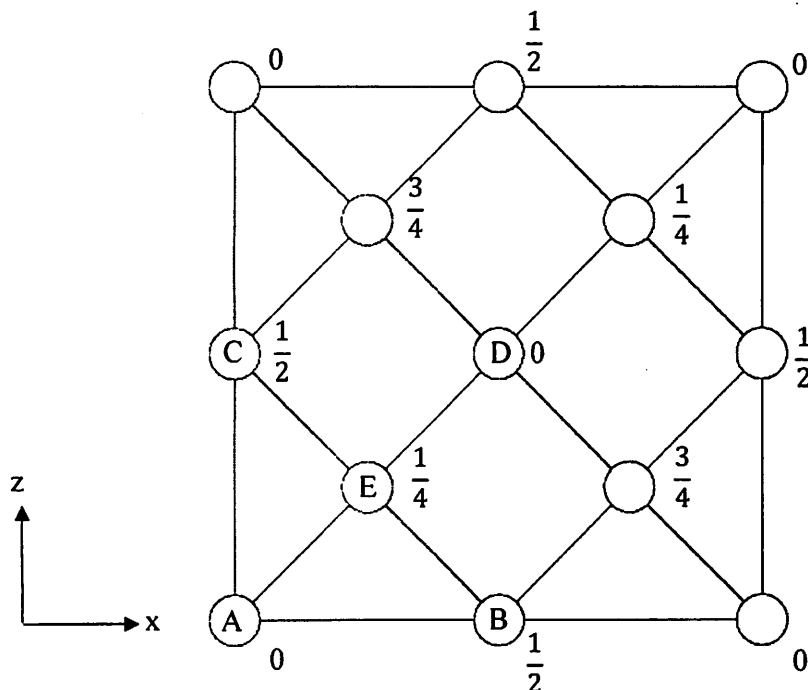
問2 方解石とアラレ石の 298 K, 0.1 MPa における密度 $[\text{g cm}^{-3}]$ を有効数字 3 桁で答えよ。なお、 CaCO_3 の分子量を 100 とする。

問3 298 K において、方解石とアラレ石が平衡に共存する圧力 $[\text{MPa}]$ を、計算過程とともに有効数字 2 桁で答えよ。なお、298 K, 圧力 P における方解石—アラレ石転移に伴うギブス自由エネルギーの変化 ΔG_p は、 $\Delta G_p = \Delta G^0 + P\Delta V^0$ と表され、 $[\text{MPa}] = [\text{J cm}^{-3}]$ である。

問4 縦軸を圧力、横軸を温度とした相平衡図において、相境界線の傾き dP/dT のことを何というか、答えよ。

問5 相平衡図における方解石とアラレ石の安定領域の関係において、298 K における相境界線の傾き dP/dT $[\text{MPa K}^{-1}]$ を、計算過程とともに有効数字 2 桁で答えよ。なお、温度を T 、圧力を P としたときの方解石—アラレ石転移に伴うギブス自由エネルギーの変化 $\Delta G_{P,T}$ は、 $\Delta G_{P,T} = \Delta V^0 dP - \Delta S^0 dT$ と表される。

V-4 (必須) 下の図は、立方晶系のダイヤモンドの結晶構造をひとつの結晶軸方向から投影した図である。丸は炭素原子の位置を表し、数字は紙面に垂直な方向の原子のy座標を示している。以下の問題に解答せよ。



- 問題1 炭素原子の位置を表す座標を(x, y, z)とする。Aの座標を(0, 0, 0), Bの座標を(1/2, 1/2, 0)とするとときC, D, Eの座標をそれぞれ答えよ。
- 問題2 ダイヤモンド構造は2つの面心立方格子を組み合わせたものと捉えることができる。1つ目の面心立方格子の原点をAに置く場合、もう1つの面心立方格子の原点をどこに置けばよいか。B~Eから正しいものを1つ選び記号で答えよ。
- 問題3 単位格子あたりの炭素原子の数を答えよ。また、炭素原子の配位数を答えよ。
- 問題4 ダイヤモンドの密度[g/cm³]を有効数字3桁で答えよ。ただし、ダイヤモンドの格子定数を3.56 Åとする。計算の過程も示すこと。必要であれば以下の値を用いよ。炭素の原子量: 12.0, アボガドロ定数: $6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, $1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm}$ 。

- 問題 5 炭素原子間の距離[Å]のうち最も短いものを有効数字3桁で答えよ。計算の過程も示すこと。必要であれば以下の値を用いよ。 $\sqrt{2}=1.41$, $\sqrt{3}=1.73$, $\sqrt{5}=2.24$.
- 問題 6 ダイヤモンドの炭素原子は共有結合によって結合している。結合に関与する電子の軌道の状態とその方向を30字程度で説明せよ。
- 問題 7 ダイヤモンドは現在知られている最も硬い鉱物である。以下の問いに答えよ。
- 問 1 鉱物の硬さの指標を1つ挙げ、その調べ方を40字程度で説明せよ。
- 問 2 ダイヤモンドは硬いが、ハンマーなどでたたくと特定の方向に割れやすい。この性質を何と呼ぶか、答えよ。
- 問題 8 ダイヤモンドは炭素からできている鉱物だが、天然のダイヤモンドの多くは不純物元素をわずかに含む。不純物元素が含まれ、欠陥が生じるとダイヤモンドの色が変化する場合がある。黄色い天然ダイヤモンドに含まれる最も代表的な不純物元素を1つ答えよ。